



**VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ**

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

**FAKULTA ELEKTROTECHNIKY  
A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ**

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION

**ÚSTAV TELEKOMUNIKACÍ**

DEPARTMENT OF TELECOMMUNICATIONS

**ANALOGOVÉ ELEKTRONICKÉ EMULÁTORY OBVODŮ  
NECELOČÍSELNÉHO ŘÁDU**

ANALOGUE EMULATORS OF FRACTIONAL-ORDER CIRCUITS

**DIPLOMOVÁ PRÁCE**

MASTER'S THESIS

**AUTOR PRÁCE**

AUTHOR

**Bc. Pavel Kubát**

**VEDOUCÍ PRÁCE**

SUPERVISOR

**Ing. Jan Dvořák**

**BRNO 2020**

# Diplomová práce

magisterský navazující studijní obor **Telekomunikační a informační technika**

Ústav telekomunikací

**Student:** Bc. Pavel Kubát

**ID:** 174334

**Ročník:** 2

**Akademický rok:** 2019/20

**NÁZEV TÉMATU:**

## Analogové elektronické emulátory obvodů neceločíselného řádu

### POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

Diplomová práce se zabývá problematikou návrhu obvodů sloužící pro emulaci systému neceločíselného řádu. Zaměřte na metody návrhu RC struktur sloužící pro emulaci pasivního prvku neceločíselného řádu, navržená řešení vhodně analyzujte. Tyto RC struktury budou následně využity v návrhu kapacitních násobiček a obvodech typu GIC (Generalized Impedance Converter). Tyto obvody navrhnete nebo vytipujete z odborné literatury. Analyzujte alespoň dvě obvodová řešení. Správnost návrhu těchto obvodů podložte výpočty a simulacemi s ideálními i neideálními modely aktivních prvků. Zaměřte se také na možnosti řízení některého z parametrů dané násobičky nebo konvertoru. Vybrané struktury emulující pasivní prvek neceločíselného řádu následně využijte pro návrh filtrační struktury, oscilátoru nebo PID (Proporcionální-Integrační-Derivační) kontroleru fraktálního řádu. Funkčnost a vlastnosti daného řešení obsahující kapacitní násobičku nebo GIC ověřte vhodnými simulacemi. Pro vybraná řešení proveďte ověření stability, případně citlivostní nebo parazitní analýzu. Získané poznatky a výsledky v práci vhodně prezentujte a zhodnoťte.

### DOPORUČENÁ LITERATURA:

- [1] TSIRIMOKOU, Georgia. A systematic procedure for deriving RC networks of fractional-order elements emulators using MATLAB. AEU - International Journal of Electronics and Communications [online]. 2017, 78, 7-14. DOI: 10.1016/j.aeue.2017.05.003.
- [2] VERMA, Rakesh, Neeta PANDEY a Rajeshwari PANDEY. Realization of a higher fractional order element based on novel OTA based IIMC and its application in filter. Analog Integrated Circuits and Signal Processing [online]. 2018, 97, 177-191. DOI: 10.1007/s10470-018-1315-1

**Termín zadání:** 3.2.2020

**Termín odevzdání:** 1.6.2020

**Vedoucí práce:** Ing. Jan Dvořák

**prof. Ing. Jiří Mišurec, CSc.**  
předseda oborové rady

### UPOZORNĚNÍ:

Autor diplomové práce nesmí při vytváření diplomové práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

## ABSTRAKT

Diplomová práce se zabývá problematikou obvodů neceločíselných řádů. V první části je pojednáno o této problematice, dále byly uvedeny jednotlivé metody návrhů a typy obvodů, které lze v praxi využít. Následující kapitola popisuje použité aktivní prvky v této diplomové práci. V následující kapitole byl uveden praktický postup návrhu konvertorů impedance a následná implementace prvků s neceločíselným řádem do obvodů. Tyto struktury s neceločíselným řádem byly implementovány do kmitočtového filtru s neceločíselným řádem. V praktické části také byly provedeny parazitní analýza a stabilita kmitočtového filtru s fraktálním řádem.

## KLÍČOVÁ SLOVA

GIC, fraktální řád, kmitočtový filtr, stabilita, parazitní analýza, aktivní prvky, BOT, UCC, DACA, DO-CF, impedanční konvertor, obvody s fraktálním řádem, RC struktury, FOSTER, CAUER, aproximace

## ABSTRACT

Diploma thesis deals with circuits contain fractional-order elements. The first part of this paper deals with this problem, there were also described methods of design fractional-order elements and types of circuits containing the fractiona-order elements which can be applied in practice. Used active elements for practical part can be found in the second chapter. Design of GIC circuits and implementation of fractional-order element inside the circuit are shown in the last chapture. Parasitic analysis and stability of frequency filter containing fractional-order element had been also described.

## KEYWORDS

GIC, fractional-order, frequency filter, stability, parasit analyst, active element, BOT, UCC, DACA, DO-CF, impedance convertor, fractional-order circuit, RC structures, FOSTER, CAUER, approximation

KUBÁT, Pavel. *Analogové elektronické emulátory obvodů neceločíselného řádu*. Brno, 2020, 95 s. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Ústav telekomunikací. Vedoucí práce: Ing. Jan Dvořák

## PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že svou diplomovou práci na téma „Analogové elektronické emulátory obvodů neceločíselného řádu“ jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené diplomové práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této diplomové práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a/nebo majetkových a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), ve znění pozdějších předpisů, včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

Brno .....

.....

podpis autora



## PODĚKOVÁNÍ

Především bych rád poděkoval svému vedoucímu práce panu Ing. Janu Dvořákovi za odborné vedení, časovou flexibilitu a vstřícný přístup. Dále bych chtěl poděkoval své rodině za podporu při studiu.

Brno .....

.....

podpis autora

# Obsah

Úvod	15
<b>1 Fraktální obvody a systémy</b>	<b>16</b>
1.1 Metody návrhu pasivních prvků fraktálních řádů . . . . .	16
1.1.1 Metody aproximace přenosové funkce fraktálního řádu . . . . .	17
1.1.2 Vícevrstvé pravidelné struktury emulující vlastnosti fraktálního elementu . . . . .	19
1.1.3 Filtrační struktury fraktálního řádu . . . . .	26
1.1.4 Oscilátory fraktálního řádu . . . . .	26
1.1.5 PID kontroléry fraktálního řádu . . . . .	27
1.1.6 Konvertor impedance obsahující kapacitor fraktálního řádu . . . . .	27
1.1.7 Kapacitní násobička fraktálního řádu . . . . .	30
<b>2 Použité aktivní prvky</b>	<b>31</b>
2.1 Univerzální proudový konvektor . . . . .	31
2.2 Proudový sledovač . . . . .	34
2.3 Operační transkonduktanční zesilovač (OTA) . . . . .	35
2.4 Digitálně říditelný proudový zesilovač (DACA) . . . . .	37
<b>3 Praktická část</b>	<b>40</b>
3.1 Návrh obvodu GIC obsahujícího standardní pasivní součástky . . . . .	40
3.1.1 Obvodové řešení č. 1 . . . . .	40
3.1.2 Obvodové řešení č.2 . . . . .	43
3.2 Návrh obvodu GIC obsahující prvky fraktálního řádu . . . . .	45
3.2.1 Obvodové řešení č.1 . . . . .	45
3.2.2 Obvodové řešení č.2 . . . . .	49
3.3 Kmitočtový filtr fraktálního řádu . . . . .	56
3.3.1 Kmitočtový filtr fraktálního řádu . . . . .	56
3.3.2 Kmitočtový filtr obsahující obvod GIC s prvky fraktálního řádu . . . . .	59
3.4 Stabilita kmitočtového filtru s fraktálním řádem . . . . .	66
3.5 Parazitní analýza kmitočtového filtru s fraktálním řádem . . . . .	70
<b>4 Závěr</b>	<b>78</b>
<b>Literatura</b>	<b>80</b>
<b>Seznam symbolů, veličin a zkratek</b>	<b>88</b>
<b>Seznam příloh</b>	<b>90</b>

<b>A</b>	<b>Kód pro návrh RC struktur v prostředí MATLAB</b>	<b>91</b>
<b>B</b>	<b>Kód v prostředí MATLAB pro výpočet stability obvodu.</b>	<b>93</b>
<b>C</b>	<b>Obsah přiloženého CD</b>	<b>95</b>

# Seznam obrázků

1.1	Vícevrstvé pravidelné struktury pro náhradní obvodové řešení FOC: a) Foster I b) Foster II . . . . .	21
1.2	Vícevrstvé pravidelné struktury pro náhradní obvodové řešení FOC: a) Cauer I b) Cauer II . . . . .	21
1.3	Impedanční (a), modulové (b) a fázové (c) charakteristiky pro obvodová řešení typu Foster a Cauer pro tři hodnoty $\alpha$ . . . . .	24
1.4	Chyba fáze při aproximaci elementu FOC obvodovými řešeními Foster a Cauer a) pro $\alpha = 0,2$ b) pro $\alpha = 0,5$ . . . . .	24
1.5	Chyba fáze při aproximaci elementu FOC obvodovými řešeními Foster a Cauer c) pro $\alpha = 0,8$ . . . . .	25
1.6	Základní obvodová realizace GIC pro realizaci induktoru s fraktálním řádem [41]. . . . .	28
1.7	Realizace plovoucího CGIC pomocí CCII [42]. . . . .	29
1.8	Uzemněný GIC s OTA [44]. . . . .	30
1.9	Schéma kapacitní násobičky fraktálního řádu [47]. . . . .	30
2.1	Schématická značka univerzálního proudového konvejeoru. . . . .	31
2.2	Simulační model prvku UCC[50]. . . . .	32
2.3	Schématická značka prvku CCII+/- . . . . .	33
2.4	Simulační model prvku CCII+/- . . . . .	33
2.5	Schématická značka proudového sledovače DO-CF . . . . .	34
2.6	Náhradní zapojení prvku MO-CF pomocí UCC. . . . .	34
2.7	Simulační model prvku DO-CF [51]. . . . .	35
2.8	Schématická značka transkonduktančního operačního zesilovače OTA a BOTA. . . . .	35
2.9	Náhradní zapojení prvku BOTA pomocí UCC. . . . .	36
2.10	Simulační model prvku BOTA [52]. . . . .	36
2.11	Schématická značka modelu DACA. . . . .	37
2.12	Simulační model prvku DACA [54]. . . . .	38
2.13	Náhradní zapojení prvku ACA pomocí UCC, UVC a prvku EL2082 [54] . . . . .	39
3.1	Navržený obvod GIC za pomoci tří OTA zesilovačů a jednoho UCC. . . . .	40
3.2	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika závislosti obvodového řešení GIC se dvěma kapacitami $C_1, C_2$ při změně hodnoty kondenzátoru $C_1$ . . . . .	41
3.3	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika závislosti obvodového řešení GIC s jedním kapacitorem $C_1$ a rezistorem $R_2$ při změně hodnoty kapacitoru $C_1$ . . . . .	42

3.4	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika závislosti obvodového řešení GIC s jedním rezistorem $R_1$ a kapacitorem $C_2$ při změně hodnoty kapacitoru $C_2$ . . . . .	43
3.5	Navržený obvod GIC za pomoci prvku CCII+/- a dvou OTA zesilovačů. . . . .	43
3.6	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika obvodového řešení GIC při změně hodnoty kapacitoru $C_1$ . . . . .	44
3.7	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika obvodového řešení GIC při změně hodnoty kapacitoru $C_2$ . . . . .	44
3.8	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika obvodového řešení kapacitního GIC s fraktálním řádem pro různé hodnoty $\alpha$ , kde $C_1$ byl zvolen jako kondenzátor s fraktálním řádem. . . . .	46
3.9	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika obvodového řešení induktivního GIC s fraktálním řádem pro různé hodnoty $\alpha$ , kde $C_2$ byl zvolen jako kondenzátor s fraktálním řádem. . . . .	47
3.10	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika obvodového řešení kapacitního GIC s fraktálním řádem pro dva kapacitory s fraktálním řádem $C_{1\alpha}$ a $C_{2\beta}$ , kde fraktální řády $\alpha = 0,2$ a $\beta = 0,8$ , a výsledný řád je 0,6. . . . .	47
3.11	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika obvodového řešení induktivního GIC s fraktálním řádem pro dva kapacitory s fraktálním řádem $C_{1\alpha}$ a $C_{2\beta}$ , kde fraktální řády $\alpha = 0,8$ a $\beta = 0,2$ , a výsledný řád je 0,6. . . . .	48
3.12	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika závislosti obvodového řešení induktivního GIC s fraktálním řádem při změně transkonduktancí $g_{m1}, g_{m2}$ a $g_{m3}$ , kde kapacitor $C_1$ byl zvolen jako kapacitor s fraktálním řádem 0,5. . . . .	49
3.13	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika závislosti obvodového řešení induktivního GIC s fraktálním řádem při změně hodnot kapacitoru $C_2$ , kde kapacitor $C_1$ byl zvolen jako kapacitor s fraktálním řádem 0,5. . . . .	49
3.14	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika obvodového řešení induktivního GIC s fraktálním řádem pro různé hodnoty $\alpha$ , kde $C_1$ byl zvolen jako kondenzátor s fraktálním řádem. . . . .	50
3.15	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika obvodového řešení induktivního GIC s fraktálním řádem pro různé hodnoty $\alpha$ , kde $C_2$ byl zvolen jako kondenzátor s fraktálním řádem. . . . .	51
3.16	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika obvodového řešení induktivního GIC s fraktálním řádem pro různé hodnoty $\alpha$ , kde $C_3$ byl zvolen jako kondenzátor s fraktálním řádem. . . . .	52

3.17	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika závislosti induktivního obvodového řešení GIC s fraktálním řádem při změně hodnot kapacitoru $C_1$ , kde kondenzátor $C_2$ byl zvolen jako fraktální kapacitor o řádu 0,5.	53
3.18	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika závislosti induktivního obvodového řešení GIC s fraktálním řádem při změně hodnot kapacitoru $C_3$ , kde $C_{2\alpha}$ je fraktálním kapacitorem.	54
3.19	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika obvodového řešení kapacitního GIC s fraktálním řádem, kde kapacitory $C_2$ , $C_3$ byly zvoleny jako kondenzátory s fraktálním řádem o řádu 0,3, výsledný řád obvodu je 0,4.	54
3.20	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika obvodového řešení kapacitního GIC s fraktálním řádem, kde kapacitor $C_1$ byl zvolen jako kondenzátor s fraktálním řádem pro tři různé hodnoty $\alpha$ , zbylé kapacitory byly nahrazeny odpory.	55
3.21	Schéma kmitočtového filtru fraktálního řádu.	57
3.22	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika kmitočtového filtru fraktálního řádu pro různé hodnoty $\alpha$ , výstup $I_{DP}$ .	58
3.23	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika kmitočtového filtru fraktálního řádu pro různé hodnoty $\alpha$ , výstup $I_{iHP}$ .	59
3.24	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika kmitočtového filtru fraktálního řádu pro různé hodnoty $\alpha$ , výstup $I_{PP}$ .	59
3.25	Navržený obvod kmitočtového filtru obsahující obvod GIC s prvky fraktálního řádu.	60
3.26	Navržený obvod GIC obsahující prvky s fraktálním řádem.	61
3.27	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika kmitočtového filtru obsahující obvod GIC s prvky fraktálního řádu pro různé hodnoty $\alpha$ , výstup $I_{DP}$ .	61
3.28	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika kmitočtového filtru obsahující obvod GIC s prvky fraktálního řádu pro různé hodnoty $\alpha$ , výstup $I_{iHP}$ .	62
3.29	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika kmitočtového filtru obsahující obvod GIC s prvky fraktálního řádu pro různé hodnoty $\alpha$ , výstup $I_{PP}$ .	62
3.30	Navržené obvodové řešení GIC s prvky fraktálního řádu.	63
3.31	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika kmitočtového filtru obsahující obvod GIC s prvky fraktálního řádu, kde kapacitory $C_2$ , $C_3$ byly zvoleny jako kapacitory s fraktálním řádem, výsledný řád celého obvodu je 1,6, výstup $I_{DP}$ .	64

3.32	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika kmitočtového filtru obsahující obvod GIC s prvky fraktálního řádu, kde kapacitory $C_2$ , $C_3$ byly zvoleny jako kapacitory s fraktálním řádem, výsledný řád celého obvodu je 1,6, výstup $I_{iHP}$ .	64
3.33	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika kmitočtového filtru obsahující obvod GIC s prvky fraktálního řádu, kde kapacitory $C_2$ , $C_3$ byly zvoleny jako kapacitory s fraktálním řádem, výsledný řád obvodu celého je 1,6, výstup $I_{PP}$ .	65
3.34	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika kmitočtového filtru obsahující obvod GIC s prvky fraktálního řádu, kde kapacitory $C_2$ , $C_3$ byly zvoleny jako kapacitory s fraktálním řádem, výsledný řád celého obvodu je 1,4 se středovým kmitočtem $f_0=10$ kHz, výstup $I_{DP}$ .	65
3.35	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika kmitočtového filtru obsahující obvod GIC s prvky fraktálního řádu, kde kapacitory $C_2$ , $C_3$ byly zvoleny jako kapacitory s fraktálním řádem, výsledný řád celého obvodu je 1,4 se středovým kmitočtem $f_0=10$ kHz, výstup $I_{iHP}$ .	66
3.36	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika kmitočtového filtru obsahující obvod GIC s prvky fraktálního řádu, kde kapacitory $C_2$ , $C_3$ byly zvoleny jako kapacitory s fraktálním řádem, výsledný řád celého obvodu je 1,4 se středovým kmitočtem $f_0=10$ kHz, výstup $I_{PP}$ .	66
3.37	Rozložení $\mathbf{W}$ -roviny s vyznačením oblasti stability a oblasti nestability.	67
3.38	Grafy rozložení komplexně sdružených pólů ve $\mathbf{W}$ -rovině pro čtyři různé hodnoty $\alpha$ , kde a) řád obvodu činí 1,2 pro $f_0=100$ kHz b) řád obvodu činí 1,5 pro $f_0=100$ kHz c) řád obvodu činí 1,8 pro $f_0=100$ kHz d) řád obvodu činí 1,4 pro $f_0=10$ kHz.	69
3.39	Schéma kmitočtového filtru s fraktálním řádem a vyznačenými parazitními vstupními a výstupními admitancemi.	70
3.40	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika závislosti kmitočtového filtru s fraktálním řádem na velikosti parazitní admitance $R_{s1}$ , výstup $I_{DP}$ .	71
3.41	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika závislosti kmitočtového filtru s fraktálním řádem na velikosti parazitní admitance $R_{s2}$ , výstup $I_{DP}$ .	72
3.42	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika závislosti kmitočtového filtru s fraktálním řádem na velikosti parazitních odporů $R_{s1}$ , $R_{s2}$ , výstup $I_{DP}$ .	72
3.43	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika závislosti kmitočtového filtru s fraktálním řádem na velikosti parazitního odporu $R_{s1}$ , výstup $I_{iHP}$ .	73

3.44	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika závislosti kmitočtového filtru s fraktálním řádem na velikosti parazitního odporu $R_{p1}$ , výstup $I_{iHP}$ . . . . .	73
3.45	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika závislosti kmitočtového filtru s fraktálním řádem na velikosti parazitního odporu $R_{p2}$ , výstup $I_{iHP}$ . . . . .	74
3.46	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika závislosti kmitočtového filtru s fraktálním řádem na velikosti parazitních odporů $R_{p1}$ , $R_{p2}$ , výstup $I_{iHP}$ . . . . .	74
3.47	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika závislosti kmitočtového filtru s fraktálním řádem na velikosti parazitní kapacity $C_2$ , výstup $I_{iHP}$ . . . . .	75
3.48	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika závislosti kmitočtového filtru s fraktálním řádem na velikosti parazitního odporu $R_{p1}$ , výstup $I_{PP}$ . . . . .	75
3.49	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika závislosti kmitočtového filtru s fraktálním řádem na velikosti parazitního odporu $R_{p2}$ , výstup $I_{PP}$ . . . . .	76
3.50	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika závislosti kmitočtového filtru s fraktálním řádem na velikosti parazitního odporu $R_{s1}$ , výstup $I_{PP}$ . . . . .	76
3.51	Fázová (a) a modulová (b) charakteristika závislosti kmitočtového filtru s fraktálním řádem na velikosti parazitního odporu $R_{s2}$ , výstup $I_{PP}$ . . . . .	77



# Seznam tabulek

1.1	Tabulka vypočtených hodnot součástek obvodových řešení Foster I, Foster II. . . . .	22
1.2	Tabulka vypočtených hodnot součástek obvodových řešení Cauer I, Cauer II. . . . .	23
1.3	Tabulka zhodnocení výsledků simulací obvodových řešení Foster I, Foster II, Cauer I, Cauer II. . . . .	25
2.1	Tabulka závislosti zesílení na změně bitového slova . . . . .	38
2.2	Tabulka závislosti velikosti zesílení na změně říditelného napětí $u_{gain}$ prvku EL2082 . . . . .	38
3.1	Tabulka hodnot fraktálních řádů $\alpha$ a fázových posunů pro $C_{1\alpha}$ . . . .	46
3.2	Tabulka hodnot fraktálních řádů $\alpha$ a fázových posunů pro $C_{2\alpha}$ . . . .	46
3.3	Tabulka porovnávající teoretické, ideální a reálné hodnoty $\alpha$ a fáze na středovém kmitočtu $f_0 = 100$ kHz, kde kapacitor $C_{1\alpha}$ je kapacitor s fraktálním řádem. . . . .	51
3.4	Tabulka porovnávající teoretické, ideální a reálné hodnoty $\alpha$ a fáze na středovém kmitočtu $f_0 = 100$ kHz, kde kapacitor $C_{2\alpha}$ je kapacitor s fraktálním řádem. . . . .	52
3.5	Tabulka porovnávající teoretické, ideální a reálné hodnoty $\alpha$ a fáze na středovém kmitočtu $f_0 = 100$ kHz, kde kapacitor $C_{3\alpha}$ je kapacitor s fraktálním řádem. . . . .	53
3.6	Tabulka vypočtených hodnot součástek obvodového řešení Foster I pro $\alpha = 0, 3$ , kde středový kmitočet $f_0 = 10$ kHz. . . . .	55
3.7	Tabulka porovnávající teoretické, ideální a reálné hodnoty $\alpha$ a fáze na středovém kmitočtu $f_0 = 100$ kHz, kde kapacitor $C_{1\alpha}$ je kapacitor s fraktálním řádem a impedance $Z_2, Z_3$ jsou nahrazeny rezistory. . . .	56
3.8	Tabulka vypočtených hodnot součástek . . . . .	58
3.9	Tabulka vypočtených komplexně sdružených hodnot a jejich příslušných argumentů pro středový kmitočet $f_0 = 100$ kHz a $Q=0,707$ , kde $\alpha=0,2$ a $0,5$ . . . . .	68
3.10	Tabulka vypočtených komplexně sdružených hodnot a jejich příslušných argumentů pro $\alpha = 0,8$ se středovým kmitočtem $f_0 = 100$ kHz, $Q=0,707$ a pro řád $\alpha = 0,4$ se středovým kmitočtem $f_0 = 10$ kHz, $Q=0,707$ . . . . .	68

# Seznam výpisů

A.1	Návrh RC struktur typu Foster I, Foster II, Cauer I a Cauer II. . . .	91
A.2	Návrh RC struktur typu Foster I, Foster II, Cauer I a Cauer II. . . .	92
B.1	Kód v prostředí MATLAB pro výpočet stability obvodu . . . . .	93
B.2	Kód v prostředí MATLAB pro výpočet stability obvodu . . . . .	94

# Úvod

Fraktální kalkulus je odvětvím matematiky, které vychází z tradičních definic počtů integrálních a derivačních operátorů. Tento koncept byl řešen již v roce 1695 [5], hojného využití však získal až v moderních dějinách. Důvodem byl fakt, že deriváty a integrály celočíselného řádu mají oproti integraci a diferenciaci s fraktálním řádem jasnou fyzikální a geometrickou interpretaci. Jelikož neexistovala žádná přijatelná geometrická ani fyzická interpretace těchto operací déle než 300 let [4].

V současné době tyto úkony začaly nabývat na významu nejen v teorii matematiky, ale i v aplikaci na problémy skutečného světa.

Tento kalkulus byl v průběhu let popsán mnoha definicemi, které byly popsány v [5]. Mezi ty nejznámější patří například Riemann-Liouvillova či Grunwald-Letnikova definice. Kalkulus se využívá v mnoha odvětvích jako je například modelování viscoelasticity biologických tkání a buněk, modelování difúze, dále v robotice, signálových a obrazových procesech a v mnoha dalších odvětvích.

Pomocí fraktálního kalkulu mimo jiné vědci rozšířili studie o systémy generující fraktální řád, kde mezi těmito systémy nalezneme například filtrační struktury a oscilátory s fraktálním řádem,  $L_\beta C_\alpha$  obvody, případně  $RL_\beta C_\alpha$  obvody a  $PI^\alpha D^\beta$  kontrolery.

O problematiku obvodů a systémů s fraktálním řádem narůstá v posledních letech zájem a to především díky jejich pozitivním vlastnostem.

Jednou z významných součástí obvodů s fraktálním řádem je i impedanční konvertor s prvky fraktálního řádu. Tento konvertor může být uzemněný nebo plovoucí, jeho značnou výhodou je kompenzace obvodu pomocí vnitřních obvodových komponentů. Impedanční konvertory umožňují nahradit induktor s fraktálním řádem za pomoci kapacitoru s fraktálním řádem a obvodu impedančního konvertoru.

Tato diplomová práce je rozdělena na dvě části, a to na teoretickou a praktickou. V teoretické části jsou podrobně popsány různé návrhové metody a možné realizace obvodů fraktálních řádů. Praktická část je rozdělena do tří kapitol. První dvě se zabývají navrženým impedančním konvertorem a následnou implementací prvku s fraktálním řádem, třetí je zaměřena na vytipovaný kmitočtový filtr s fraktálním řádem a následné implementace impedančního konvertoru s prvkem fraktálního řádu do obvodu.

# 1 Fraktální obvody a systémy

Systémy, které jsou definovány fraktální diferenční rovnicí, jsou odborně nazývány systémy s fraktálním řádem, resp. fraktální systémy. V odborných publikacích se v současné době vyskytuje velké množství článků týkajících se právě systémů s fraktálním řádem [1], [2], [3], [4], [6], [7].

Jak již bylo zmíněno, obvody a systémy s fraktálním řádem jsou založeny na existenci fraktálního kalkulu. O tento fakt se opírá mnoho studií a i přes roky strávené nad výzkumem, je stále otevřeným tématem.

Vzhledem ke složitosti návrhu a nedostupnosti pasivních resp. aktivních prvků s fraktálním řádem na trhu se v běžné praxi u těchto systémů předpokládá celočíselný řád použitých pasivních komponentů a výsledného funkčního bloku.

Pro zjednodušení je většina systémů reálného světa popsána celočíselnými systémy, to však v určitých případech značilo problém, jelikož systémy reálného světa mají spíše fraktální charakter. Proto se pro určité problematiky přistoupilo k využití systémů s fraktálním řádem.

Část funkčních bloků s fraktálním řádem bude popsána v podkapitolách 1.1.3–1.1.6.

## 1.1 Metody návrhu pasivních prvků fraktálních řádů

Metody návrhu fraktálních pasivních prvků lze teoreticky rozdělit do tří skupin.

První skupinou je samotná výroba součástky s fraktálním charakterem. Této problematice je věnována řada publikací [8], [9], [10]. Řešením může být například postupná oxidace povrchu křemíkového substrátu, který je vyčištěn do nejvyššího možného stupně. Na tuto problematiku navazují další vědecké práce.

Další metodou je syntéza pasivního prvku s fraktálním charakterem pomocí obvodových řešení. Aby došlo k již zmiňované syntéze prvku s fraktálním charakterem a určitého obvodu se zpravidla využívá RC struktur. Tato metoda je probrána v kapitole 1.1.2.

Třetí metoda předpokládá syntézu speciální náhrady pasivního prvku fraktálního řádu, většinou kapacitor s fraktálním charakterem [12]. To je aplikováno v originální struktuře navrženého fraktálního systému [12]. Nevýhodou těchto obvodů je především značná složitost.

Pro přiblížení se k fraktálnímu elementu neboli FOE (Fractional Order Element) je zapotřebí použít racionální aproximace, tak abychom získali požadované  $p^\alpha$ . Mezi nejpoužívanější patří například Oustaloupova metoda, metoda CFE (Continuous Fraction Expansion), Carlsonova metoda, El-Khazaliho či Matsudova metoda. Tyto

aproximace jsou často dosazeny do fraktální přenosové funkce a některé z nich budou částečně popsány v podkapitole 1.1.1.

Obecně je možné tyto metody rozdělit ještě do dvou skupin, kde jednou je realizace pouze s jedním prvkem fraktálního charakteru (Single Component) a druhou skupina, u které je realizace provedena s vícero prvky (Multi-Component). Tyto realizace mají různé přednosti, omezení a ani jedna z metod nebyla doposud standardizována [14].

### 1.1.1 Metody aproximace přenosové funkce fraktálního řádu

V této části jsou popsány základní metody aproximace Laplaceova operátoru s fraktálním řádem.

**Countinued Fraction Expansion (CFE) metoda** slouží pro vyhodnocení funkcí a vychází z CF (Continued Fraction), která lze matematicky popsat následujícím rozvojem [19]:

$$x = a_0 + \frac{b_1}{a_1 + \frac{b_2}{\dots + \frac{b_n}{a_n + \dots}}} = a_0 + \frac{b_1}{a_1 +} \frac{b_2}{a_2 +} \dots \frac{b_n}{a_n}. \quad (1.1)$$

V rovnici 1.1 je uveden speciální matematický zápis pro rozvoj, který bude uváděn i v následujících metodách. Na základě CF lze výsledek aproximace pro iracionální funkci  $G(\mathbf{p})$  popsat takto [19]:

$$G(\mathbf{p}) \simeq a_0(\mathbf{p}) + \frac{b_1(\mathbf{p})}{a_1(\mathbf{p}) +} \frac{b_2(\mathbf{p})}{a_2(\mathbf{p}) +} \dots \frac{b_n(\mathbf{p})}{a_n(\mathbf{p})}, \quad (1.2)$$

kde  $a_i$  a  $b_i$  jsou racionální funkce proměnné  $\mathbf{p}$ , nebo jsou konstantami [19]. Tato aproximace byla modifikována pro možnost aproximace fraktálních integro-diferenciálních operátorů. Ta spočívá v racionální aproximaci funkce  $G(\mathbf{p}) = \mathbf{p}^{-\alpha}$ , kde  $\alpha \in (0; 1)$ .

Tedy fraktálního integrálního operátoru v Laplaceově oblasti, která může být získána provedením CFE funkcí [19]:

$$G_H(\mathbf{p}) = \frac{1}{(1 + \mathbf{p}T)^\alpha}, \quad (1.3)$$

$$G_D(\mathbf{p}) = (1 + \frac{1}{\mathbf{p}})^\alpha, \quad (1.4)$$

kde  $T$  je perioda,  $G_H(\mathbf{p})$  je aproximace pro vyšší frekvence ( $\omega T \gg 1$ ) a  $G_D(\mathbf{p})$  je aproximace při nižší frekvenci ( $\omega \ll 1$ ).

**Carlsonova metoda** byla publikována v [19] a vychází z CFE a iterativního Newtonova procesu používaného pro aproximaci neceločíselného kořene. Základním bodem metody jsou tyto vztahy [19], [21]:

$$H(\mathbf{p})^{1/\alpha} - G(\mathbf{p}) = 0, \quad (1.5)$$

$$H(\mathbf{p}) = [G(\mathbf{p})]^\alpha, \quad (1.6)$$

kde  $G(\mathbf{p})$  je racionální přenosová funkce a  $H(\mathbf{p})$  je přenosová funkce fraktálního řádu.

Při definici  $\alpha$  a  $m$ , kde  $\alpha = 1/q$  a  $m = q/2$ , v každé iteraci je výchozí hodnota  $H_0(\mathbf{p}) = 1$ . Získaná racionální aproximace pak dostane tvar [21]:

$$H_i(\mathbf{p}) = H_{i-1}(\mathbf{p}) \cdot \frac{(q-m) \cdot (H_{i-1}(\mathbf{p}))^2 + (q+m) \cdot G(\mathbf{p})}{(q+m) \cdot (H_{i-1}(\mathbf{p}))^2 + (q-m) \cdot G(\mathbf{p})} \quad (1.7)$$

V [20] bylo zjištěno, že při druhé iteraci se tato metoda přibližuje k přesnějšímu vyhodnocení řešení. Tato metoda je využitelná při více iteracích pro celý rozsah  $\alpha$  tj. interval  $(0; 1)$ . Nevýhodou je vysoký počet iterací a tedy nutnost modelů s vyššími řády.

**Matsudova metoda** popisuje schopnost, kde racionální funkcí lze aproximovat právě iracionální funkci. Racionální funkce je získána pomocí CFE a následným přizpůsobením původní funkce v množině logaritmičsky rozložených bodů [22]. Za předpokladu, že vybrané body jsou  $\mathbf{p}_k$ , kde  $k=0, 1, 2, \dots, n$ ; má aproximace následující formu [19], [22], [23]:

$$H(\mathbf{p}) = \alpha_0 + \frac{\mathbf{p} - \mathbf{p}_0}{\alpha_1 +} \frac{\mathbf{p} - \mathbf{p}_1}{\alpha_2 +} \dots \frac{\mathbf{p} - \mathbf{p}_n}{\alpha_k}, \quad (1.8)$$

kde  $\alpha_k = v_k(\mathbf{p}_k)$  a  $v_k(\mathbf{p})$  je definováno následovně [19]:

$$v_0(\mathbf{p}) = H(\mathbf{p}) \quad (1.9)$$

$$v_{k+1}(\mathbf{p}) = \frac{\mathbf{p} - \mathbf{p}_k}{v_k(\mathbf{p}) - v_k(\mathbf{p}_k)} \quad (1.10)$$

**Oustaloupova metoda** je hojně využívanou aproximací v řízení fraktálních řádů. Tato aproximace rekurzivně rozděluje póly a nuly. Opírá se o aproximaci funkce

$$H(\mathbf{p}) = \mathbf{p}^\alpha, \quad (1.11)$$

kde  $\alpha \in \mathbf{R}^+$ , pomocí racionální funkce [24], [19]:

$$H'(\mathbf{p}) = C \cdot \prod_{k=-N}^N \frac{1 + \mathbf{p}/\omega_k}{1 + \mathbf{p}/\omega'_k}, \quad (1.12)$$

kde

$$\omega'_0 = \alpha^{-0,5} \cdot \omega_u, \quad \omega_0 = \alpha^{0,5} \cdot \omega_u, \quad (1.13)$$

$$\frac{\omega'_{k+1}}{\omega_{k+1}} = \frac{\omega_{k+1}}{\omega'_{k+1}} = \alpha \cdot \eta > 1, \quad (1.14)$$

$$\frac{\omega'_{k+1}}{\omega_k} = \eta > 0, \quad \frac{\omega_k}{\omega'_k} = \alpha > 0, \quad (1.15)$$

$$N = \frac{\log(\omega_N/\omega_0)}{\log(\alpha \cdot \eta)}, \quad \delta = \frac{\log \alpha}{\log(\alpha \cdot \eta)}, \quad (1.16)$$

$\omega_u$  je získanou úhlovou frekvencí, která je závislá na horní a dolní hranici úhlových kmitočtů, tedy  $\omega_u = \sqrt{\omega_h \cdot \omega_d}$ .  $N$  udává řád aproximace,  $\omega'_k$  frekvenci nul a  $\omega_k$  frekvenci pólů. Proměnné  $\alpha$  a  $\eta$  jsou definovány v 1.15, které naznačují konstantní poměr  $\alpha \cdot \eta$  mezi dvěma po sobě jdoucími nulami a póly a nazývají se jako rekurzivní faktory [24].  $\delta$  udává výsledný neceločíselný řád na základě rekurzivních faktorů.

### 1.1.2 Vícevrstvé pravidelné struktury emulující vlastnosti fraktálního elementu

Jak již bylo výše zmíněno, vícevrstvé pravidelné struktury se využívají k syntéze pasivního prvku s fraktálním charakterem namísto pasivního prvku. Nejvíce využívaným prvkem pro tuto syntézu je kondenzátor a méně často využívaným induktor. Podle těchto aplikací se odvíjí název prvku s fraktálním charakterem, a to kondenzátor s fraktálním řádem též nazývaný jako pseudo-kondenzátor či fraktální kondenzátor nebo induktor s fraktálním řádem, též nazývaný jako pseudo-induktor či fraktální induktor.

V odborné zahraniční literatuře lze nalézt i tyto pojmy: CPE (Constant Phase Element) či FOC (Fractional-Order Element) pro pseudo-kapacitor a FOI (Fractional-Order Inductor) pro pseudo-induktor. Jelikož pseudo-induktor je velmi omezený na různé aproximace a podobně, je vhodnější jej navrhnout pomocí obvodu GIC (Generalized Impedance Converter) a kapacitoru s fraktálním řádem. Tato metoda bude detailněji probrána v kapitole 1.1.6.

Oba tyto elementy s fraktálním řádem jsou velmi důležitými prvky pro realizaci obvodů a systémů s fraktálním řádem.

V současné době existuje mnoho řešení, kde tento prvek je popsán jiným elementem, avšak tyto elementy mají značné nevýhody v reálném světě (cena, náročnost, nekompatibilita). Proto zde existují alternativní metody, jak prvek popsat.

Přechází se především k náhradnímu obvodovému řešení, jako je například RC struktura typu Foster, Caueer apod. Některé z těchto struktur budou níže popsány.

Samotná impedance FOC resp. FOI lze popsat následovně:

$$\mathbf{Z}_{FOC}(\mathbf{p}) = \frac{1}{C_\alpha \cdot \mathbf{p}^\alpha}, \quad \mathbf{Z}_{FOI}(\mathbf{p}) = L_\alpha \cdot \mathbf{p}^\alpha, \quad (1.17)$$

kde  $\alpha$  udává fraktální řád a její hodnota se pohybuje v intervalu  $(0; 1)$ ,  $C_\alpha$  resp.  $L_\alpha$  je pseudo-kapacita resp. pseudo-indukce. Jednotkou této impedance je *Farad/sek*<sup>1- $\alpha$</sup>  resp. *Henry/sek*<sup>1- $\alpha$</sup> . Tato hodnota je vztažena k úhlovému kmitočtu  $\omega_0$  v rad/sek, a lze ji odvodit z následujícího vztahu:

$$C = \frac{C_\alpha}{\omega_0^{1-\alpha}}; \quad L = \frac{L_\alpha}{\omega_0^{1-\alpha}}. \quad (1.18)$$

Podle [15] je odvozený výraz pro impedanci prvku CPE následující:

$$\mathbf{Z}(\mathbf{p}) = \frac{1}{C \cdot \omega_0} \cdot \frac{b_n \cdot \mathbf{p}^n + b_{n-1} \cdot \omega_0 \cdot \mathbf{p}^{n-1} + \dots + b_0 \cdot \omega_0^n}{a_n \cdot \mathbf{p}^n + a_{n-1} \cdot \omega_0 \cdot \mathbf{p}^{n-1} + \dots + a_0 \cdot \omega_0^n}, \quad (1.19)$$

kde  $n$  je řád aproximace a  $\omega_0$  je středový kmitočet vztažený k místu aproximace.

Jelikož jsou tyto struktury rozsáhlé a obsahovaly by při aproximaci FOI velký počet cívek, což má nepříznivý vliv na obvod, je tato struktura nahrazena obvodem GIC s FOC. Z tohoto důvodu zde budou popsány pouze struktury pro aproximace FOC.

**Struktury typu Foster** jsou jedny z nejpoužívanějších struktur pro konstrukci. Rozdělují se na dva typy, a to na Foster I, Foster II. Jejich obvodové řešení je zobrazeno v obrázku 1.1.

Tyto struktury jsou určeny pasivními rezistory a impedancemi. Impedančními prvky mohou být kapacitory pro aproximaci kapacitoru s fraktálním řádem nebo induktory pro realizaci aproximace induktoru s fraktálním řádem.

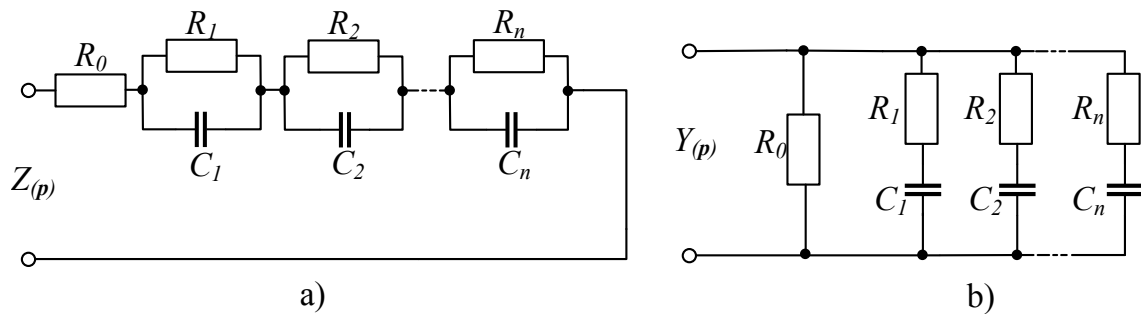
Impedance obvodu Foster I pro aproximaci FOC má následující tvar [15]:

$$\mathbf{Z}(\mathbf{p}) = R_0 + \sum_{i=1}^n \frac{\frac{1}{C_i}}{\mathbf{p} + \frac{1}{R_i \cdot C_i}}. \quad (1.20)$$

U obvodu Foster II se tato aproximace popisuje admitancí obvodu  $\mathbf{Y}(\mathbf{p})$  [15]:

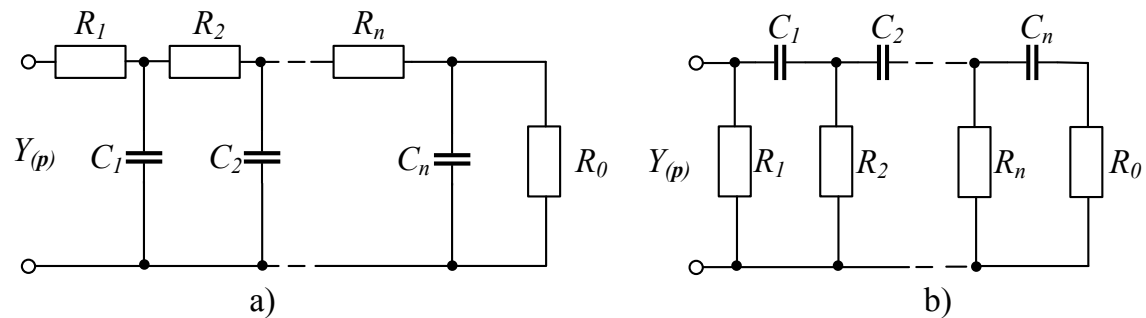
$$\mathbf{Y}(\mathbf{p}) = \frac{1}{R_0} + \sum_{i=1}^n \frac{\frac{1}{R_i} \mathbf{p}}{\mathbf{p} + \frac{1}{R_i \cdot C_i}}. \quad (1.21)$$





Obr. 1.1: Vícevrstvé pravidelné struktury pro náhradní obvodové řešení FOC: a) Foster I b) Foster II

**Struktury typu Cauer** jsou rovněž vhodné pro aproximaci elementu s fraktálním řádem. Tak jako u struktur typu Foster, i pro tyto struktury platí stejné podmínky. Rozdělují se na dva typy a to Cauer I a Cauer II. Jsou zobrazeny na obr. 1.2.



Obr. 1.2: Vícevrstvé pravidelné struktury pro náhradní obvodové řešení FOC: a) Cauer I b) Cauer II

Vyjádření impedance struktury Cauer I je dáno následující expanzí [15]:

$$\mathbf{Z}(\mathbf{p}) = R_1 + \frac{1}{C_1 \cdot \mathbf{p} + \frac{1}{R_2 + \frac{1}{R_n + C_n \cdot \mathbf{p} + R_0}}}. \quad (1.22)$$

Impedance struktury Cauer II je následující [15]:

$$\mathbf{Z}(\mathbf{p}) = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{C_1 \mathbf{p} + \frac{1}{R_2 + \frac{1}{R_n + \frac{1}{C_n \mathbf{p} + R_0}}}}}. \quad (1.23)$$

Jako názorný příklad funkčnosti aproximace byly tyto struktury typu Foster a Cauer odsimulovány pomocí programu OrCad, kde k získání výstupních hodnot součástí bylo využito dostupného kódu v prostředí MATLAB, který je uveden v příloze A.

Středový kmitočet byl zvolen na hodnotu  $f_0 = 100$  kHz, kde hranice aproximace byly následující:  $\omega_L = (2 \cdot \pi \cdot f_0)/100$  a  $\omega_H = (2 \cdot \pi \cdot f_0) \cdot 100$ . Pro možnost porovnání simulací různých hodnot  $\alpha$ , byl počet RC sekcí zvolen následovně: pro  $\alpha = 0,2$  byl počet sekcí zvolen na  $N = 3$  a pro  $\alpha = 0,5; 0,8$  se  $N = 4$ .

Ekvivalentní kapacita byla volena jako 470 pF. Veškeré součástky byly voleny dle řad E12 pro kondenzátory a E24 pro rezistory. Vypočtené hodnoty součástek jsou ukázány v tabulce 1.1 pro obvodové řešení Foster I, Foster II.

Tab. 1.1: Tabulka vypočtených hodnot součástek obvodových řešení Foster I, Foster II.

	FOSTER I			FOSTER II		
Hodnota $\alpha$	0,2	0,5	0,8	0,2	0,5	0,8
Fázový posun $\phi$ [°]	18	45	72	18	45	72
$C_1$ [pF]	100,2	283,1	1742	5,14	32,5	171,8
$C_2$ [pF]	264,6	385,5	1627	13,1	33,9	60,9
$C_3$ [pF]	744,5	606,6	1841	36,6	50,9	60,6
$C_4$ [pF]	2120	991,2	2194	104,2	82,1	69,7
$C_5$ [pF]	6031	1636	2646	296,7	135,1	83,4
$C_6$ [nF]	16,87	2,69	3,17	0,8348	0,2228	0,1007
$C_7$ [nF]	43,01	4,34	3,64	2,21	0,3641	0,1199
$C_8$ [nF]	-	6,519	3,627	-	0,5731	0,1358
$C_9$ [nF]	-	6,798	1,286	-	0,7804	0,1268
$R_0$ [ $\Omega$ ]	1348	338	85	8505	33862	134810
$R_1$ [ $\Omega$ ]	350	121	23	5244	633	103
$R_2$ [ $\Omega$ ]	494	248	68	7669	1688	806
$R_3$ [ $\Omega$ ]	654	438	168	10220	3126	2251
$R_4$ [ $\Omega$ ]	856	745	393	13392	5395	5445
$R_5$ [ $\Omega$ ]	1122	1257	906	17530	9124	12662
$R_6$ [k $\Omega$ ]	1,495	2,126	2,106	23,23	15,39	29,21
$R_7$ [k $\Omega$ ]	2,187	3,668	5,095	32,78	26,2	68,22
$R_8$ [k $\Omega$ ]	-	6,794	14,23	-	46,33	167,7
$R_9$ [k $\Omega$ ]	-	18,13	111,7	-	94,66	499,6

V tabulce 1.2 jsou hodnoty součástek pro obvodové řešení typu Cauer I, Cauer II.

Výsledné grafy (fázové, modulační a impedanční charakteristiky) jsou zobrazeny na obrázcích 1.3. Z impedanční charakteristiky je patrné, že s vyššími řády  $\alpha$  narůstá celková impedance RC struktury.

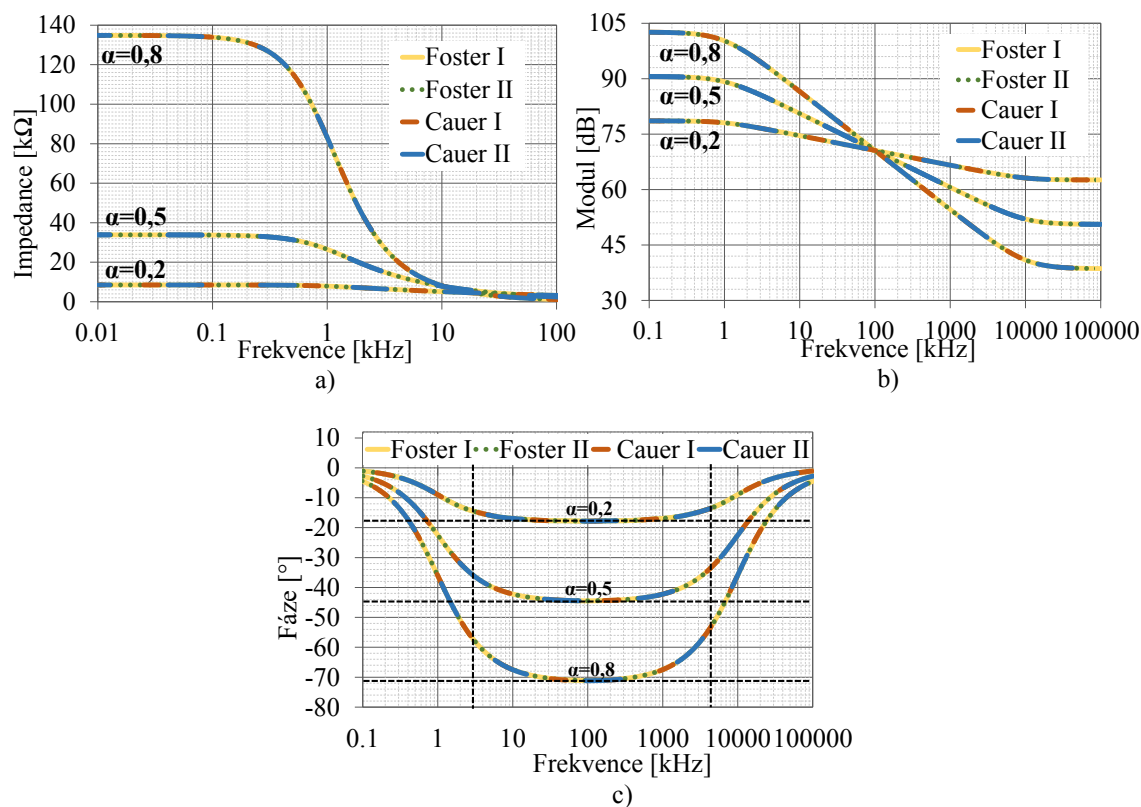
Tab. 1.2: Tabulka vypočtených hodnot součástek obvodových řešení Cauer I, Cauer II.

	Cauer I			Cauer II		
Hodnota $\alpha$	0,2	0,5	0,8	0,2	0,5	0,8
Fázový posun $\phi$ [°]	18	45	72	18	45	72
$C_1$ [pF]	63,2	97,1	237,6	3495	2275	929,9
$C_2$ [pF]	199,2	123,2	95,67	1109	1793	2309
$C_3$ [pF]	559,1	182,7	92,45	395,1	1209	2389
$C_4$ [pF]	1604	293,3	106,4	137,7	753,2	2077
$C_5$ [pF]	4772	492,3	134,1	46,29	448,7	1647
$C_6$ [nF]	15,87	0,8714	0,1898	0,01392	0,2535	1,164
$C_7$ [nF]	80,44	1,733	0,3419	0,002746	0,1275	0,6461
$C_8$ [nF]	-	4,6	1,003	-	0,04802	0,2203
$C_9$ [nF]	-	24,65	6,927	-	0,00896	0,03189
$R_0$ [ $\Omega$ ]	798	2599	8288	14363	4411	1383
$R_1$ [ $\Omega$ ]	1348	338	85	8505	33862	134810
$R_2$ [ $\Omega$ ]	790	767	790	14507	14939	14497
$R_3$ [ $\Omega$ ]	760	1061	1764	15082	10801	6498
$R_4$ [ $\Omega$ ]	906	1632	3855	12643	7023	2973
$R_5$ [ $\Omega$ ]	1133	2608	8331	10118	4395	1376
$R_6$ [ $\Omega$ ]	1370	4139	17018	8367	2769	673
$R_7$ [ $\Omega$ ]	1398	6185	29846	8200	1853	384
$R_8$ [ $\Omega$ ]	-	7815	37692	-	1467	304
$R_9$ [ $\Omega$ ]	-	6714	27135	-	1707	422

Z fázové charakteristiky jsou patrné horní a dolní hranice aproximace, které byly předem určeny ( $\omega_H$ ,  $\omega_L$ ). Všechny tyto struktury jsou si svými výsledky velmi podobné, až shodné, jak plyne z výsledných grafů.

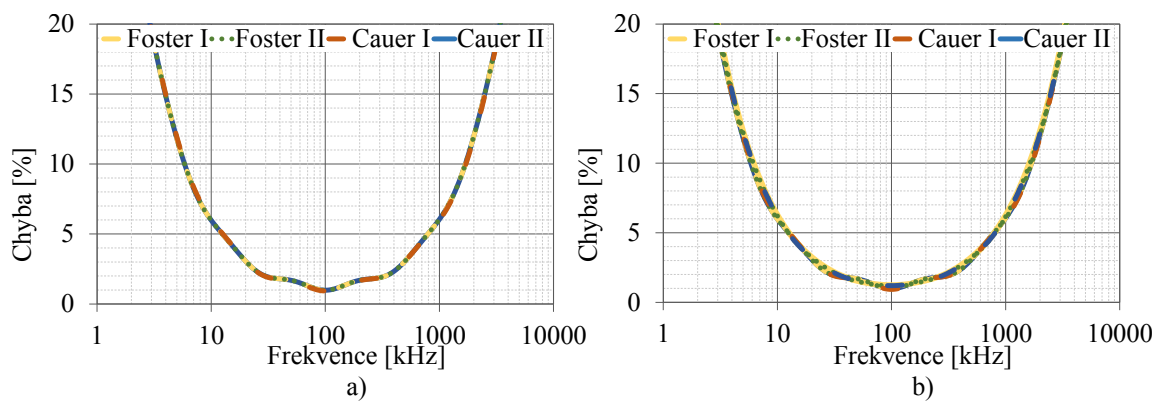
Z výsledných grafů jsou viditelné chyby aproximace. U dolní meze této aproximace se chyba pohybuje v rozmezí od 18,35 % do 20,83 %, u horní hranice aproximace je daná chyba vyšší a pohybuje se v rozmezí od 20,44 % do 22,23 %. Chyba aproximace na zvoleném středovém kmitočtu, tedy na 100 kHz, se pohybuje okolo 1,2 %. Veškeré tyto chyby aproximace jsou zobrazeny v tabulce 1.3.

Výsledné grafy viz 1.4, 1.5 popisují chybu fáze aproximace fraktálního elementu pomocí čtyř různých metod emulujících vlastnosti fraktálního elementu, a to Foster I, Foster II, Cauer I a Cauer II. Z grafů je patrné, že v těsném okolí středového kmitočtu  $f_0 = 100$  kHz se chyba fáze pro všechny typy obvodů a tři různé hodnoty  $\alpha$  pohybuje



Obr. 1.3: Impedanční (a), modulové (b) a fázové (c) charakteristiky pro obvodová řešení typu Foster a Cauer pro tři hodnoty  $\alpha$ .

okolo 1%. Z těchto grafů je patrné, že chyba fáze s narůstajícím resp. klesajícím kmitočtem od středového kmitočtu narůstá exponenciálně.



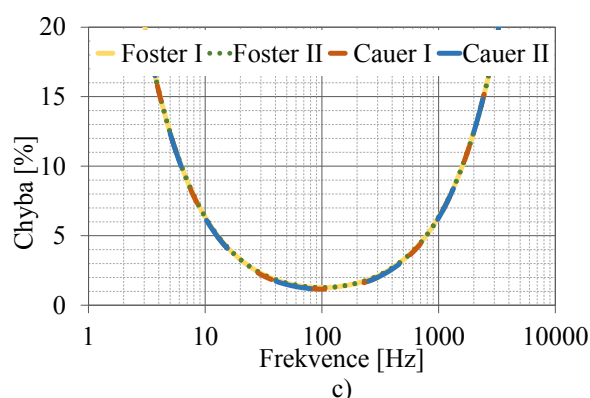
Obr. 1.4: Chyba fáze při aproximaci elementu FOC obvodovými řešeními Foster a Cauer a) pro  $\alpha = 0,2$  b) pro  $\alpha = 0,5$

Tab. 1.3: Tabulka zhodnocení výsledků simulací obvodových řešení Foster I, Foster II, Cauer I, Cauer II.

	Foster I			Foster II		
$\alpha_{TEOR}$	0,2	0,5	0,8	0,2	0,5	0,8
$\alpha_{REAL}$	0,198	0,494	0,79	0,198	0,494	0,79
Fázový posun $\phi_{TEOR}$ [°]	18	45	72	18	45	72
Fázový posun $\phi_{REAL}$ [°]	17,82	44,47	71,09	17,83	44,46	71,09
Chyba na kmit. 100 kHz [%]	1	1,178	1,264	0,944	1,2	1,263
Chyba na kmit. $\omega_L$ [%]	18,35	19,24	20,83	18,35	19,24	20,83
Chyba na kmit. $\omega_H$ [%]	20,44	20,88	22,23	20,44	20,88	22,23

	Cauer I			Cauer II		
$\alpha_{TEOR}$	0,2	0,5	0,8	0,2	0,5	0,8
$\alpha_{REAL}$	0,198	0,494	0,791	0,198	0,494	0,791
Fázový posun $\phi_{TEOR}$ [°]	18	45	72	18	45	72
Fázový posun $\phi_{REAL}$ [°]	17,83	44,46	71,16	17,82	44,46	71,17
Chyba na kmit. 100 kHz [%]	0,944	1,2	1,167	1	1,2	1,153
Chyba na kmit. $\omega_L$ [%]	18,35	19,24	20,83	18,35	19,24	20,83
Chyba na kmit. $\omega_H$ [%]	20,44	20,88	22,23	20,44	20,88	22,23



Obr. 1.5: Chyba fáze při aproximaci elementu FOC obvodovými řešeními Foster a Cauer c) pro  $\alpha = 0,8$

**Jiné používané struktury pro emulaci fraktálního elementu** jsou další skupinou popisující vícevrstvé pravidelné struktury. V odborných publikacích lze dohledat i další struktury než výše zmíněné, ale jelikož jsou méně časté, nebude jim v této práci věnována pozornost.

Mezi tyto struktury patří například obvody nazývané jako Domino ladder nebo-

li dominové žebříky, těm byla věnována pozornost v [16]. Dále se zde nacházejí RC sítě případně křížové RC sítě [17] a vnořené žebříkové struktury [18].

### 1.1.3 Filtrační struktury fraktálního řádu

Analogové filtrační struktury jsou stále důležitými obvodovými bloky, kde je lze jednoduše klasifikovat dle jejich celočíselných řádů. Avšak postupem času dochází k tomu, že se přistupuje k neceločíselné složce, tedy k filtračním strukturám s neceločíselným řádem. Tyto filtrační struktury, tedy filtrační struktury s fraktálním řádem, jsou jednou z nejvýznamnějších aplikací fraktálního kalkulu a to díky přesnějšímu gradientu přechodu z propustného do nepropustného pásma filtrační struktury [31]. Pokud by se nepřistoupilo k filtračním strukturám s fraktálním řádem, nastala by nutnost zaokrouhlování daného řádu na nejbližší celočíselné číslo, aby daný obvod byl proveditelný. Což značí velké chyby při následné aplikaci.

Řád filtrační struktury lze určit pomocí útlumu signálu, kde strmost tohoto útlumu z propustného do nepropustného pásma u filtračních struktur s celočíselným řádem je  $-20 \cdot n$  dB/dek, kde  $n$  udává celočíselný řád filtrační struktury [32]. Naopak u filtračních struktur s fraktálním řádem je tato hodnota ovlivněna i neceločíselným řádem filtrační struktury  $\alpha$ , potom tedy strmost do nepropustného pásma odpovídá  $-20 \cdot (n + \alpha)$ , kde  $\alpha \in (0; 1)$ . Filtrační struktury jsou obvykle navrženy pomocí svých přenosových funkcí, což také platí i pro filtrační struktury s fraktálním řádem.

Klasické filtrační struktury celočíselného řádu jsou navrženy za pomoci Laplaceova operátoru celočíselného řádu  $p$ , naopak filtrační struktury s fraktálním řádem se vyznačují Laplaceovým operátorem, který je umocněn o  $\alpha$ , tedy  $p^\alpha$  [28]. Tento operátor je též nazýván jako neceločíselný Laplaceův operátor.

### 1.1.4 Oscilátory fraktálního řádu

Oscilátory fraktálního řádu jsou další nedílnou součástí, kde se využívá fraktálního kalkulu, a to především díky jejich pozitivním vlastnostem. Pro realizaci oscilátorů s fraktálním řádem lze využít metod výše popsanych, či možnost využít fraktálních all-pass filtračních struktur viz [37].

Pro aplikaci fraktálního elementu do oscilátoru lze využít různé typy obvodů jako jsou například Wienův oscilátor, Colpitt oscilátor, či oscilátor s fázovým posunutím. Toho lze například využít u oscilátoru s Wienovým článkem, kde platí, že frekvence oscilace je dána následujícím vztahem:

$$\omega_0 = \frac{1}{R \cdot C}^{1/\alpha}. \quad (1.24)$$

Z čehož vyplývá fakt, že k docílení vyšších oscilací může dojít za následující podmínky:  $\alpha < 1$ . Lze tedy usoudit, že výhodou oscilátorů využívající fraktálních kapacitorů je zvýšení frekvence nezávisle na kapacitní hodnotě. Možnosti změny oscilací byly prezentovány například v [33], [34], [35], [36].

### 1.1.5 PID kontroléry fraktálního řádu

PID (Proportional Integral Derivative) kontroléry jsou hojně využívány již několik let a to díky jednoduchosti návrhu procedur a díky účinnosti výkonu systému [38]. Pro lepší výsledky se přistoupilo ke kontrolérům s fraktálním řádem, v praxi nejvíce využívaným kontrolérem s fraktálním řádem je  $PI^\lambda D^\mu$  (FOPID).

Praxí využívané  $PI^\lambda D^\mu$  nebo-li FOPID jsou nejčastějším řešením, kde pro upřesnění P reprezentuje proporcionální složku, I integrační složku, D jako derivační složku a  $\lambda$  a  $\mu$  reprezentují fraktální řády.

Přenosová funkce tohoto kontroléru s fraktálním řádem má formu [38]:

$$H_c(\mathbf{p}) = \frac{U(\mathbf{p})}{E(\mathbf{p})} = k_P + k_I \cdot \frac{1}{\mathbf{p}^\lambda} + k_D \cdot \mathbf{p}^\mu, \quad (1.25)$$

kde  $\lambda$  a  $\mu$  jsou kladná reálná čísla,  $H_c(\mathbf{p})$  je přenosová funkce kontroléru,  $U(\mathbf{p})$  je výstup kontroléru a  $E(\mathbf{p})$  určuje chybu vstupního signálu.

### 1.1.6 Konvertor impedance obsahující kapacitor fraktálního řádu

Antoniův impedanční konvertor neboli GIC (General Impedance Converter) je využíván k emulaci induktoru například pomocí rezistorů, kapacitorů a zesilovačů. Lze je rozdělit na dva typy, a to proudové GIC (CGIC) a napěťové GIC (VGIC). Využití nalézájí například při realizaci induktoru, či negativních odporů (FDNR). Tuto techniku využívá i možnost vytvoření induktoru s fraktálním řádem za pomoci GIC a kapacitoru s fraktálním řádem. Při realizaci GIC je důležitým aspektem možnost, zda se bude jednat o uzemněný či plovoucí.

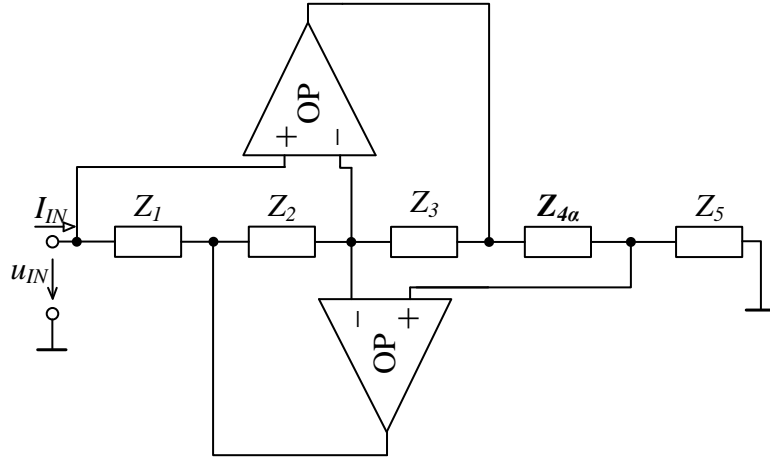
Při zobecnění impedance s fraktálním řádem (nazýváno jako Fraktor) je tato impedance rovna [40]:

$$\mathbf{Z}_F(\mathbf{p}) = \frac{1}{F \cdot \mathbf{p}^\alpha}, \quad (1.26)$$

případně po substituci  $\mathbf{p} = j\omega$ :

$$\mathbf{Z}_F(j\omega) = \frac{1}{F \cdot \omega^\alpha} \angle -\frac{\alpha \cdot \pi}{2}, \quad (1.27)$$

kde  $F$  je koeficient fraktoru, též nazýván jako fraktance a symbol  $\alpha$  určuje fraktální řád [40], z této rovnice vyplývá, že fázový posuv je roven  $-\alpha \cdot 90^\circ$ . V případě, že  $\alpha > 0$



Obr. 1.6: Základní obvodová realizace GIC pro realizaci induktoru s fraktálním řádem [41].

bude se jednat o kondenzátor s fraktálním řádem. V opačném případě, kdy  $\alpha < 0$  se bude jednat o induktor s fraktálním řádem, to vyplývá ze změny úhlu.

Základní obvod GIC pro realizaci induktoru s fraktálním řádem je zobrazen na obrázku 1.6, kde výsledná impedance je dána vztahem [41]:

$$\mathbf{Z}(\mathbf{p}) = \frac{Z_1 \cdot Z_3 \cdot Z_5}{Z_2 \cdot Z_4}. \quad (1.28)$$

V praxi se lze setkat s dvojím typem návrhů, které se rozdělují dle příslušného řádu FOI. V případě první metody má induktor s fraktálním řádem řád menší než 1. Této vlastnosti se docílí tak, že  $Z_1, Z_2, Z_3$  a  $Z_5$  budou zastupovat rezistory a  $Z_4$  bude zastupovat kapacitor s fraktálním řádem. Impedance tohoto typu obvodu bude následující:

$$\mathbf{Z}_{FOI} = L_\alpha \cdot \mathbf{p}^\alpha = \frac{R_1 \cdot R_3 \cdot R_5 \cdot C_\alpha}{R_2} \cdot \mathbf{p}^\alpha. \quad (1.29)$$

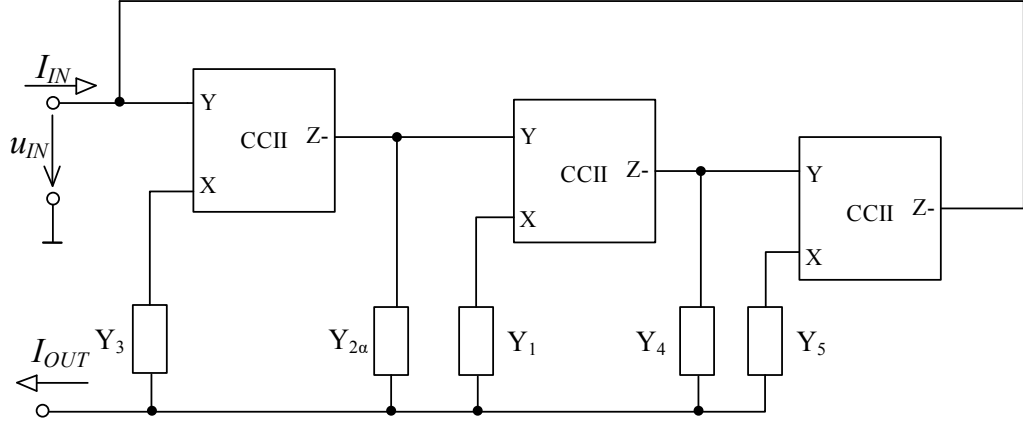
V tomto případě  $\alpha$  určuje výsledný fraktální řád induktoru, který je roven řádu kapacitoru s fraktálním řádem.

Druhou metodou lze získat prvek FDNR s fraktálním řádem, kde induktor s fraktálním řádem má řád v intervalu (1; 2). Oproti předchozí metodě je zde zastoupena impedance  $Z_2$  kapacitorem a  $Z_4$  kapacitorem s fraktálním řádem. Zde výsledná impedance odpovídá následujícímu vztahu:

$$\mathbf{Z}_{FOI} = L_{\alpha+1} \cdot \mathbf{p}^\alpha = R_1 \cdot R_3 \cdot R_5 \cdot C \cdot C_\alpha \cdot \mathbf{p}^\alpha, \quad (1.30)$$

kde výsledný fraktální řád FOI je dán jako součet celočíselného řádu kapacitoru a neceločíselného řádu kapacitoru s fraktálním řádem.





Obr. 1.7: Realizace plovoucího CGIC pomocí CCII [42].

Jedním z dalších možných obvodových řešení GIC je zapojení pomocí proudových konvektorů. K tomu se využívá CCII (second-generation current conveyor), případně ICCII (inverting CCII). Těchto možností zapojení existuje nespočet, pro ukázkou je zde uvedena jedna z možných realizací.

Na obrázku 1.7 je znázorněn plovoucí CGIC, kde k získání plovoucí indukance je zapotřebí připojit kapacitor s fraktálním řádem na místo admitance  $Y_2$  popř.  $Y_4$ , ostatní elementy jsou nahrazeny rezistory. Při zapojení dvou kapacitorů a jednoduché přeměny zapojení obvodu, která je ilustrována v [42], lze získat plovoucí frekvenčně závislý negativní odpor FDNR.

Výstupní plovoucí admitance znázorněného zapojení je následně dána vztahem:

$$\mathbf{Y}(\mathbf{p}) = \frac{Y_1 \cdot Y_3 \cdot Y_5}{Y_{2\alpha} \cdot Y_4} \quad (1.31)$$

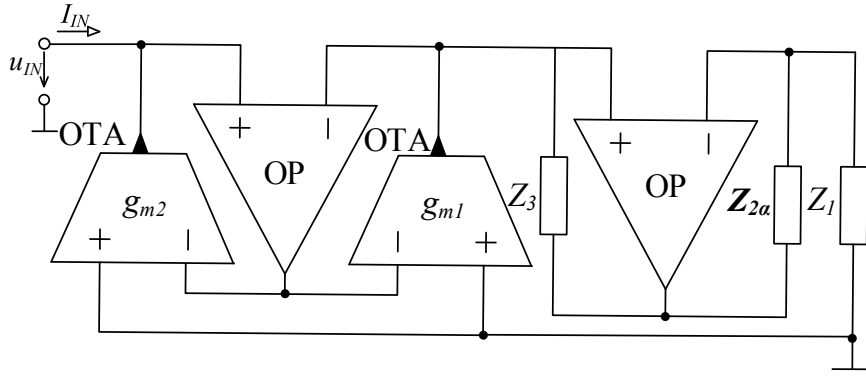
Další alternativy zapojení pro VCCII a ICCII, byly ukázány v [42], [43].

Jednou z dalších možných alternativ k vytvoření GIC vytvářející laditelnou kapacitu je pomocí operačních transkonduktančních zesilovačů OTA, kde je možná elektronická přeladitelnost některého z parametrů GIC za pomoci transkonduktance těchto OTA prvků. Jedno z možných zapojení je zobrazeno na obrázku 1.8, je uzemněný a obsahuje dva prvky OTA.

Výsledná admitance obvodu je dána následujícím vztahem [44]:

$$\mathbf{Y} = \frac{g_{m2} \cdot \mathbf{Z}_{2\alpha}}{g_{m1} \cdot Z_1 \cdot Z_3}, \quad (1.32)$$

kde  $g_{m1}$  a  $g_{m2}$  jsou transkonduktance prvku OTA, prvky  $Z_1$  a  $Z_3$  jsou nahrazeny rezistory a prvek  $\mathbf{Z}_{2\alpha}$  kapacitorem s fraktálním řádem.



Obr. 1.8: Uzemněný GIC s OTA [44].

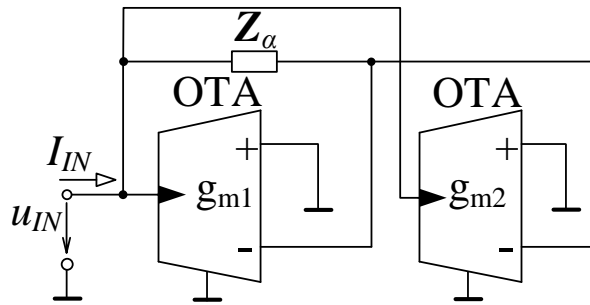
### 1.1.7 Kapacitní násobička fraktálního řádu

Kapacitní násobičky mohou pracovat v proudovém nebo napětovém režimu, kde jednotlivé módy mají různá omezení. Ty mohou být plovoucí případně uzemněné. Jejich využití lze aplikovat do mnoha analogových obvodů, jako jsou například obvody s rozsáhlou integrací. V praxi je lze využít například při návrhu oscilátorů, RC filtrů a také pro odstranění parazitních složek [46].

Jedním z možných řešení je kapacitní násobička na obrázku 1.9. Tento obvod je složený ze dvou transkonduktančních zesilovačů a jednoho kapacitoru s fraktálním řádem. Výstupní impedance tohoto zapojení je následující:

$$Z = \frac{p \cdot C_\alpha + g_{m1}}{p \cdot (C_\alpha \cdot g_{m2} + C_\alpha \cdot g_{m1})}, \quad (1.33)$$

kde  $g_{m1}, g_{m2}$  jsou transkonduktance prvků OTA a  $Z_\alpha$  odpovídá kapacitoru s fraktálním řádem. Pomocí transkonduktancí lze daný obvod kompenzovat. Přidáním



Obr. 1.9: Schéma kapacitní násobičky fraktálního řádu [47].

transkonduktancí se zvyšuje efektivita obvodu. Jednotlivé návrhy kapacitních násobiček využívajících transkonduktance byly publikovány v [45], [46], [47].

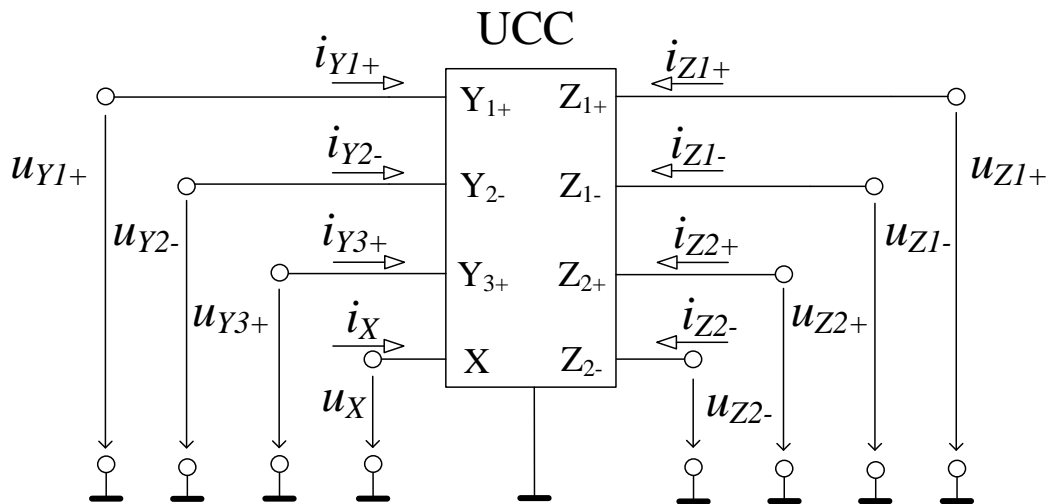
## 2 Použité aktivní prvky

Tato kapitola je věnována stručnému popisu použitých aktivních prvků a jejich simulačních modelů, které byly použity v této diplomové práci.

### 2.1 Univerzální proudový konvektor

Univerzální proudový konvektor nebo-li UCC je obecný osmibran, kde jednou z jeho předních vlastností je univerzálnost. Tato vlastnost vyplývá z toho, že pomocí UCC lze realizovat většinu proudových konvektorů, a to pomocí vhodného propojení jednotlivých svorek.

Schématická značka s jednotlivými vstupy a výstupy je zobrazena na obr. 2.1. Jedná se tedy o univerzální proudový konvektor, obsahující tři vysokoimpedanční napěťové vstupy, které jsou označeny jako vstupy  $Y_1$ ,  $Y_2$  a  $Y_3$ . Ze schématu také vyplývá, že při kombinaci vstupů  $Y_1$  a  $Y_2$  se jedná o rozdílové vstupy a u kombinace vstupů  $Y_1$  a  $Y_3$  se jedná o součtové vstupy. Dále obsahuje čtyři proudové výstupy  $Z_{1+}$ ,  $Z_{1-}$ ,  $Z_{2+}$  a  $Z_{2-}$ , kde výstupy  $Z_{1+}$  a  $Z_{2+}$  jsou komplementární vůči výstupům  $Z_{1-}$  a  $Z_{2-}$  [48].



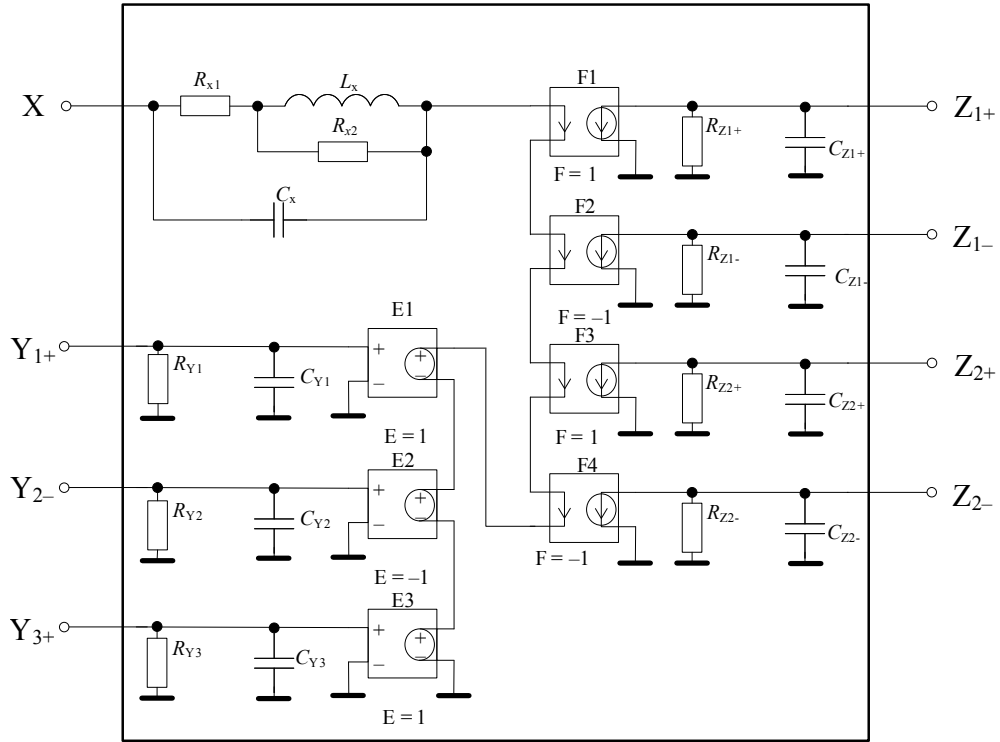
Obr. 2.1: Schématická značka univerzálního proudového konvektoru.

Univerzální proudový konvektor také obsahuje nízkoimpedanční vstup  $X$ , který hraje velkou roli například při realizaci kmitočtových filtračních struktur. Výsledná

maticová rovnice, která popisuje vztahy mezi jednotlivými svorkami je [49]:

$$\begin{pmatrix} i_{Y1} \\ i_{Y2} \\ i_{Y3} \\ u_X \\ i_{Z1+} \\ i_{Z2+} \\ i_{Z1-} \\ i_{Z2-} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_{Y1} \\ u_{Y2} \\ u_{Y3} \\ i_X \\ u_{Z1+} \\ u_{Z2+} \\ u_{Z1-} \\ u_{Z2-} \end{pmatrix}.$$

Pro realizaci simulací obvodů je nutné využít simulačních modelů jednotlivých aktivních prvků. Simulační model prvku UCC je zobrazen na obrázku 2.2, z něhož vychází i jiné simulační modely jednotlivých aktivních prvků. V odborných publikacích byly uvedeny hodnoty jednotlivých součástek, například v publikaci [50] byly uvedeny takto:  $R_{x1} = 2,5 \Omega$ ,  $R_{x2} = 720 \Omega$ ,  $L_x = 2,2 \mu\text{H}$ ,  $C_x = 2 \text{ pF}$ ,  $R_{Y1-3} = 2,8 \text{ M}\Omega$ ,  $C_{Y1-3} = 4 \text{ pF}$ ,  $R_{Z1-2} = 660 \text{ k}\Omega$ ,  $C_{Z1-2} = 5 \text{ pF}$ .

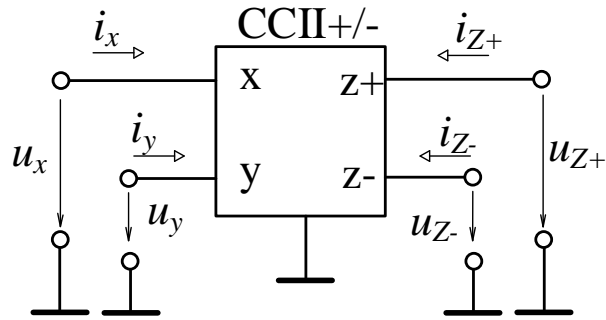


Obr. 2.2: Simulační model prvku UCC[50].

Pomocí UCC lze realizovat i jiné proudové konvejory, jako jsou například CCI (first-generation current conveyor), CCII (second-generation current conveyor), případně CCIII (third-generation current conveyor).

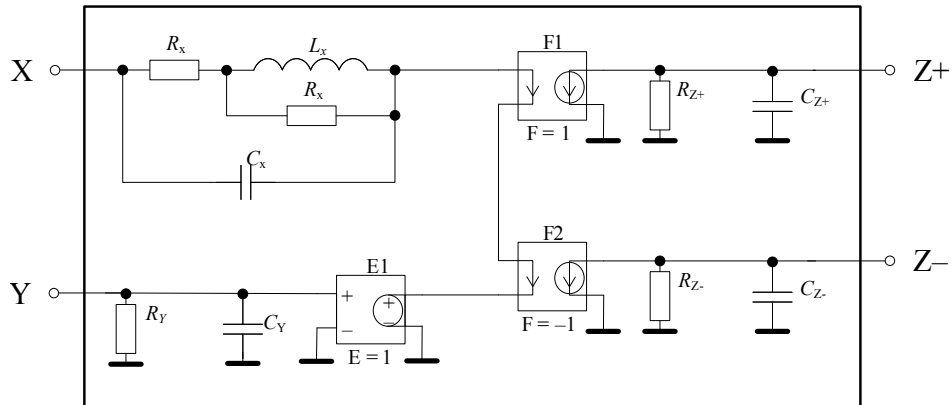
CCII je aktivní prvek, který má dva výstupy  $Z+$  a  $Z-$ , z tohoto důvodu se používá zkratka CCII+/-, ten je zobrazen se svými vstupy a výstupy na obrázku 2.3. Matice popisující vztah mezi vstupy a výstupy prvku CCII+/- je dána takto [53]:

$$\begin{pmatrix} u_x \\ i_y \\ i_{z+} \\ i_{z-} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_x \\ u_y \\ u_{z+} \\ u_{z-} \end{pmatrix}. \quad (2.1)$$



Obr. 2.3: Schématická značka prvku CCII+/-.

Zjednodušený simulační model prvku CCII+/- je zobrazen na obrázku 2.4, který popisuje chování aktivního prvku.



Obr. 2.4: Simulační model prvku CCII+/-.

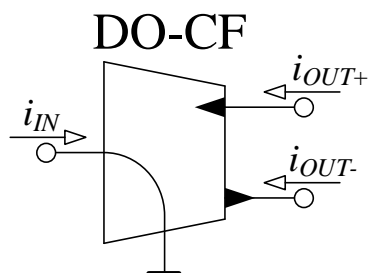
## 2.2 Proudový sledovač

Mezi proudové sledovače patří prvek Dual-Output Current Follower (DO-CF).

DO-CF má jeden vstup ( $i_{VST}$ ) a dva výstupy ( $i_{VYST+}$ ,  $i_{VYST-}$ ), které lze popsat následující rovnicí [55]:

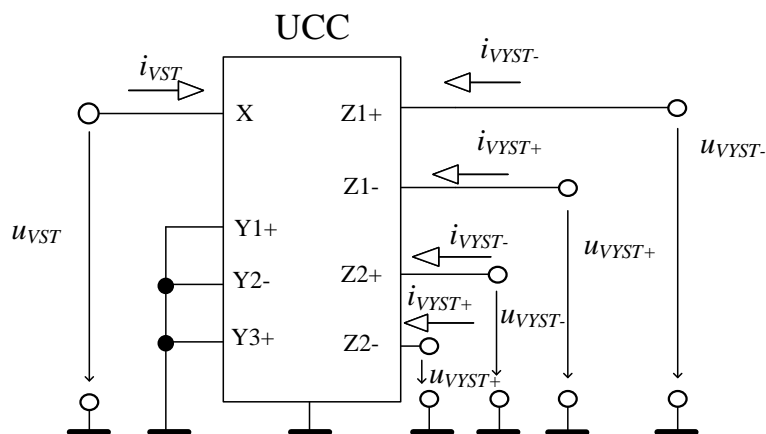
$$i_{VST} = i_{VYST+} = -i_{VYST-}. \quad (2.2)$$

Jedná se tedy o zdroj proudu, který je řízený proudem a umožňuje invertování signálu 2.5.



Obr. 2.5: Schématická značka proudového sledovače DO-CF

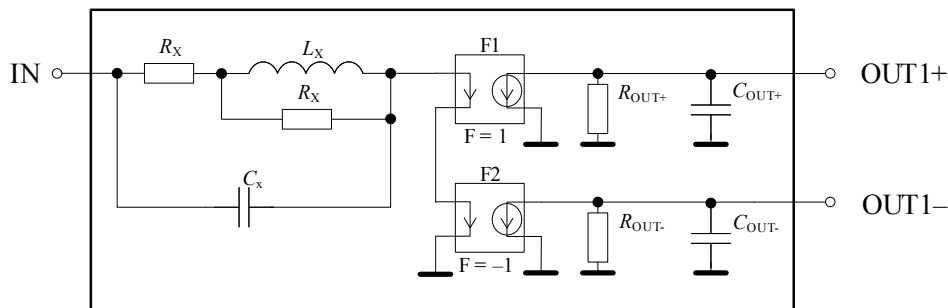
V případě, že by tento prvek byl rozšířen o další dva výstupy, jednalo by se potom o prvek MO-CF (Multi-Output Current Follower). Ten lze realizovat pomocí modelu UCC, který je zobrazen viz 2.6.



Obr. 2.6: Náhradní zapojení prvku MO-CF pomocí UCC.

V případě prvku DO-CF bude mít jednoduchý simulační model následující schéma viz 2.7, které popisuje vlastnosti prvku DO-CF.

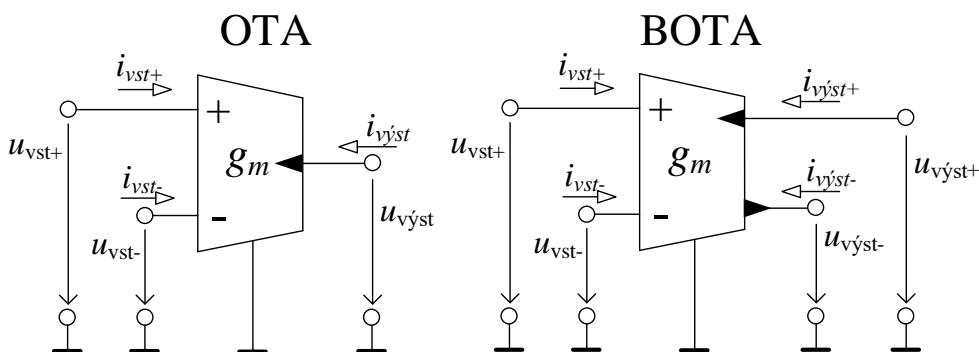
V publikaci [51] byly uvedeny následující hodnoty součástek:  $R_{x1}=2\ \Omega$ ,  $R_{x2}=150\ \Omega$ ,  $L_x=65\ \text{nH}$ ,  $C_x=2\ \text{pF}$ ,  $R_{OUT+/-}=100\ \text{k}\Omega$ ,  $C_{OUT+/-}=5\ \text{pF}$ .



Obr. 2.7: Simulační model prvku DO-CF [51].

## 2.3 Operační transkonduktanční zesilovač (OTA)

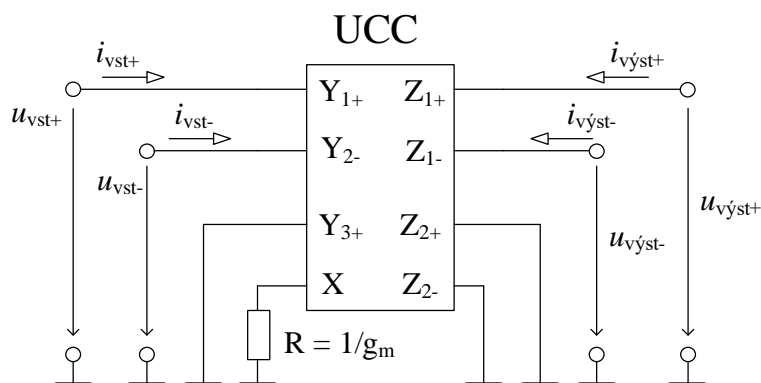
Jedná se o zdroj proudu řízený napětím, který není čistě proudovým aktivním prvkem. Patří mezi základní prvky ve stavbě analogových systémů a obvodů, jako jsou například analogové filtrační struktury, A/D popř. D/A konvertory apod.



Obr. 2.8: Schématická značka transkonduktančního operačního zesilovače OTA a BOTA.

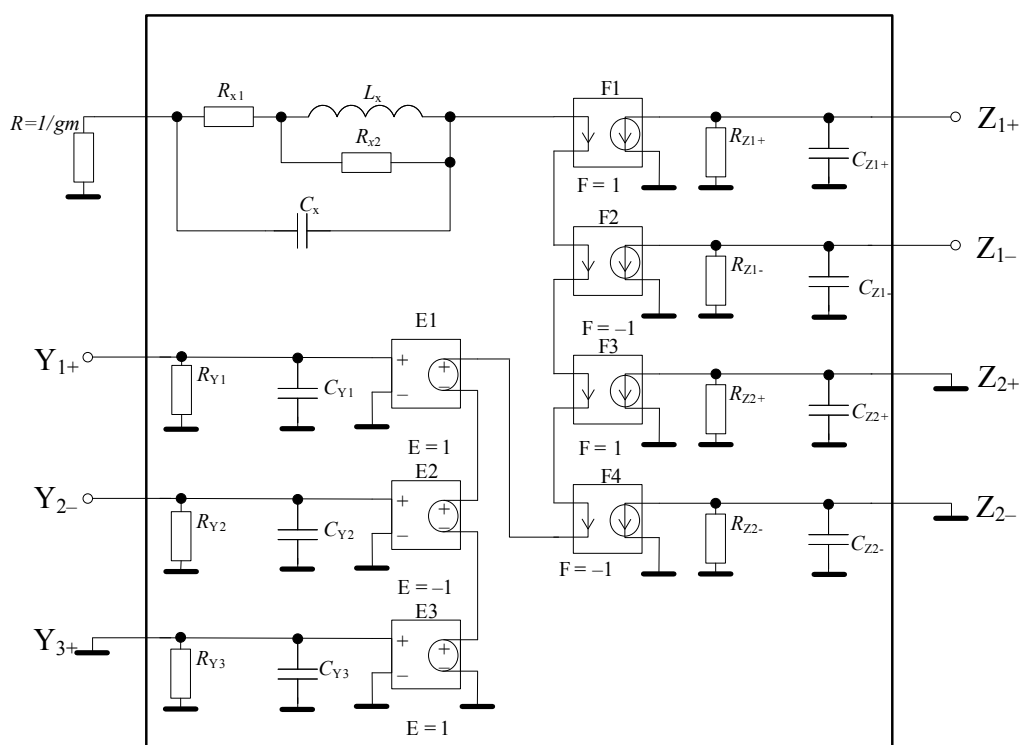
Schématické značky jsou zobrazeny na obrázku 2.8, kde u těchto prvků platí, že s navýšením výstupních svorek operačního transkonduktančního zesilovače získáme prvek BOTA, který obsahuje dva výstupy, popř. MOTA, obsahující více výstupů. Z ob-

rázku je patrné, že jedním z hlavních parametrů těchto součástek je jeho transkonduktance  $g_m$ , která je programovatelná.



Obr. 2.9: Náhradní zapojení prvku BOTA pomocí UCC.

Simulační model popisující aktivní prvek BOTA je naznačen na obrázku viz 2.10. Z obrázku je patrný připojený rezistor  $R$ , který popisuje hodnotu transkonduktance. Jednotlivé hodnoty součástek simulačního modelu prvku BOTA odpovídají dle lite-



Obr. 2.10: Simulační model prvku BOTA [52].



ratury [52] následovně:  $R_{x1}=0,7\ \Omega$ ,  $R_{x2}=720\ \Omega$ ,  $L_x=1,4\ \mu\text{H}$ ,  $C_x=2\ \text{pF}$ ,  $R_{Y1-3}=4,4\ \text{M}\Omega$ ,  $C_{Y1-3}=3\ \text{pF}$ ,  $R_{Z1-2}=700\ \text{k}\Omega$ ,  $C_{Z1-2}=5\ \text{pF}$ . Výstupní proud prvku BOTA lze popsat takto [56]:

$$i_{\text{VYST}\pm} = g_m \cdot (u_{\text{VST}\pm} - u_{\text{VST-}}), \quad (2.3)$$

$$i_{\text{VYST-}} = -g_m \cdot (u_{\text{VST+}} - u_{\text{VST-}}), \quad (2.4)$$

kde  $g_m$  udává hodnotu transkonduktance. Náhradní zapojení prvku BOTA pomocí UCC je znázorněno na obr. 2.9.

## 2.4 Digitálně říditelný proudový zesilovač (DACA)

U prvku DACA lze měnit hodnotu zesílení pomocí digitální čtyřbitové sběrnice. Jeho schématická značka je znázorněna na obr. 2.11.

Vztahy mezi jeho vstupy a výstupy jsou následující [57]:

$$i_{\text{ID}} = i_{\text{VST}+} - i_{\text{VST}-}, \quad (2.5)$$

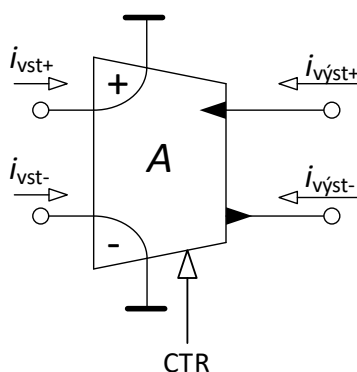
$$i_{\text{OD}} = i_{\text{VYST+}} - i_{\text{VYST-}}, \quad (2.6)$$

$$i_{\text{OD}} = 2A_{\text{I}}i_{\text{ID}}, \quad (2.7)$$

$$i_{\text{VYST}+} = A_{\text{I}} \cdot (i_{\text{VST}+} - i_{\text{VST}-}), \quad (2.8)$$

$$i_{\text{VYST-}} = -A_{\text{I}} \cdot (i_{\text{VST+}} - i_{\text{VST-}}), \quad (2.9)$$

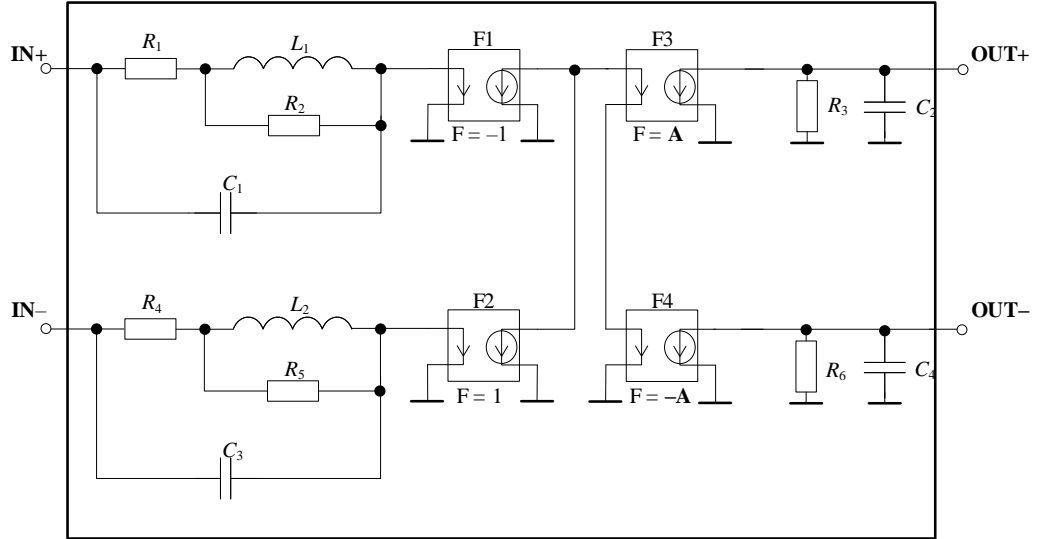
kde  $i_{ID}$  představuje diferenční vstupní proud,  $i_{OD}$  představuje diferenční výstupní proud a  $A_I$  představuje proudové zesílení prvku DACA [57]. Zesílení prvku DACA je ovládáno pomocí tříbitové sběrnice, závislost na vstupním slovu je uvedena v tabulce 2.1. Simulační model popisující aktivní prvek DACA je naznačen



Obr. 2.11: Schématická značka modelu DACA.

Tab. 2.1: Tabulka závislosti zesílení na změně bitového slova

Bitové slovo	000	001	010	011	100	101	110	111
Zesílení	1	2	3	4	5	6	7	8



Obr. 2.12: Simulační model prvku DACA [54].

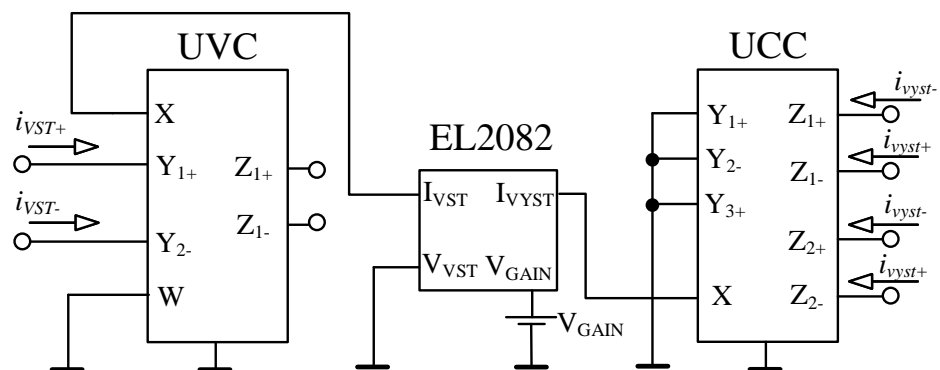
na obrázku viz 2.12. Jednotlivé hodnoty součástek simulačního modelu prvku DACA podle literatury [54] odpovídají následovně:  $R_{1,4}=2\ \Omega$ ,  $R_{2,5}=150\ \Omega$ ,  $R_{3,6}=100\ \text{k}\Omega$ ,  $C_{1,3}=2\ \text{pF}$ ,  $C_{2,4}=5\ \text{pF}$ ,  $L_{1,2}=65\ \text{nH}$ .

Tab. 2.2: Tabulka závislosti velikosti zesílení na změně říditelného napětí  $u_{gain}$  prvku EL2082

Velikost $u_{gain}$ [V]	Zesílení [-]
0,985	1
2,080	2
3,375	3

V praxi lze tento zesilovací prvek nahradit například pomocí zapojení prvku EL2082 s UCC a univerzálním napěťovým konvejem UVC, kde lze řídit zesílení. Změna tohoto zesílení je možná pomocí změny napětí  $V_{GAIN}$ . Úměrnost mezi zesílením  $A$  a napětím  $V_{GAIN}$  je shrnuta v tabulce 2.2. EL2082 je napájen symetrickým napětím  $\pm 5\ \text{V}$ . Z výše uvedeného popisu vyplývá, že velikost zesílení je úměrná změně napětí  $V_{GAIN}$ , můžeme tedy docílit jak celočíselných hodnot zesílení, jak je tomu například u prvku DACA, tak můžeme zároveň získat i neceločíselné hodnoty zesílení.

Náhradní schéma prvku je zobrazeno viz 2.13.



Obr. 2.13: Náhradní zapojení prvku ACA pomocí UCC, UVC a prvku EL2082 [54]

### 3 Praktická část

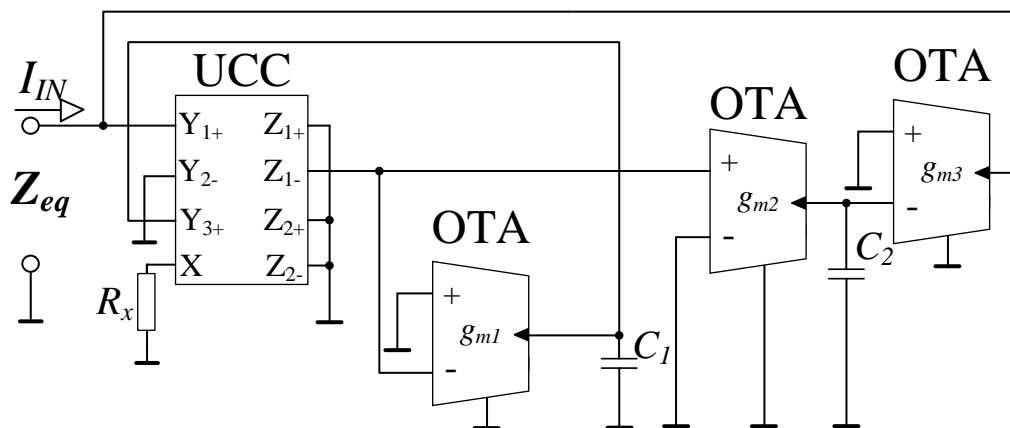
V této části diplomové práce jsou uvedeny návrhy, které byly implementovány do vybrané filtrační struktury obvodových řešení GIC. V první části jsou uvedeny dva návrhy obvodů GIC obsahující standardní pasivní součástky. V podkapitole 3.2 byly do těchto obvodových struktur implementovány kapacitory s fraktálním řádem. Podkapitola 3.3 přibližuje návrh a funkce kmitočtového filtru s fraktálním řádem. Této filtrační struktury s fraktálním řádem bylo následně využito pro implementaci obvodového řešení GIC s fraktálním řádem do této struktury.

V podkapitole 3.4 byla provedena stabilita kmitočtového filtru s fraktálním řádem a následně na této struktuře byla provedena parazitní analýza, o čemž pojednává podkapitola 3.5.

#### 3.1 Návrh obvodu GIC obsahujícího standardní pasivní součástky

Tato kapitola obsahuje návrh dvou obvodových řešení GIC obsahující standardní pasivní součástky. Prvním obvodovým řešením je GIC typu kapacitní násobička, která byla popsána a odsimulována, druhé obvodové řešení GIC bylo rovněž analyzováno.

##### 3.1.1 Obvodové řešení č. 1



Obr. 3.1: Navržený obvod GIC za pomoci tří OTA zesilovačů a jednoho UCC.

Na obrázku 3.1 je zobrazen navržený obvod GIC typu kapacitní násobička, který byl sestaven pomocí tří transkonduktančních zesilovačů OTA a jednoho univerzálního proudového konveje UCC, tyto komponenty lze využít pro kompenzaci

obvodu. Jeho výslednou impedanci lze obecně popsat následujícím vztahem:

$$Z_{eq} = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_3 \cdot Z_4 \cdot Z_5} = \frac{g_{m1} \cdot C_2}{C_1 \cdot g_{m2} \cdot g_{m3}}, \quad (3.1)$$

kde jednou z možných implementací jsou impedance  $Z_1$  a  $Z_3$  zvoleny jako kapacitory a impedance  $Z_2$ ,  $Z_4$  a  $Z_5$  jsou transkonduktance. V případě zapojení pouze jednoho kapacitoru, kde druhý kapacitor je nahrazen odporem  $R$ , získáme dvě další možná řešení obvodu GIC, kde výsledné impedance lze popsat následovně:

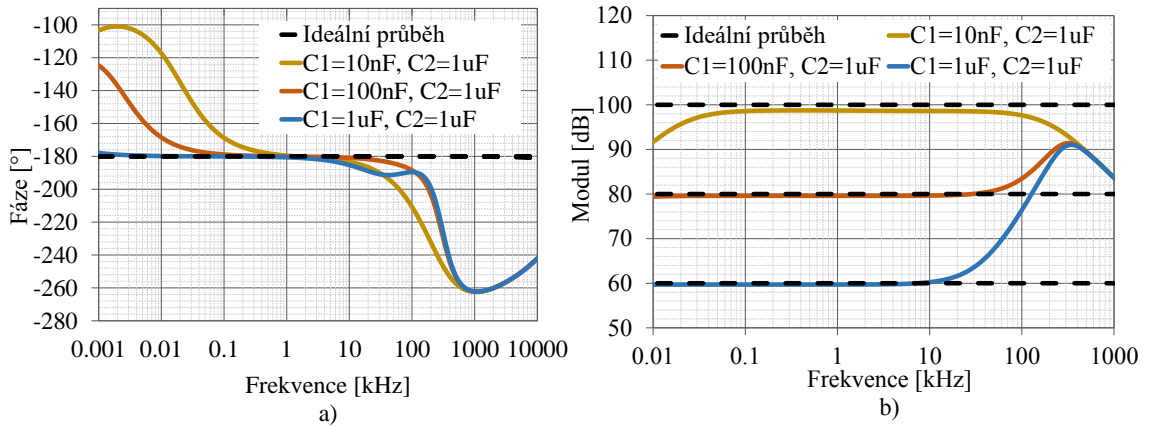
$$Z_{eq} = \frac{g_{m1} \cdot R}{C_1 \cdot g_{m2} \cdot g_{m3}}, \quad (3.2)$$

za předpokladu  $Z_3 = R$ , popř. v opačném případě, kdy  $Z_1 = R$ :

$$Z_{eq} = \frac{g_{m1} \cdot C_2}{R \cdot g_{m2} \cdot g_{m3}}. \quad (3.3)$$

Z impedančních rovnic je patrná výsledná impedance obvodu, kde podle rovnice 3.1 bude výsledná impedance v ideálním případě popisovat charakter odporové součástky. V případě rovnice 3.2 výsledná impedance popisuje v ideálním případě charakter kapacitoru a naopak u rovnice 3.3 charakter induktoru.

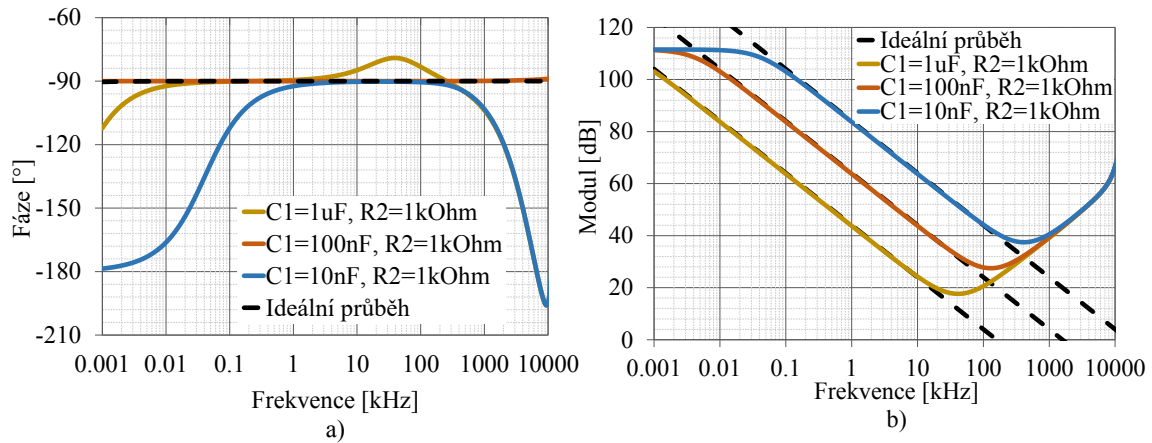
Pro získání teoretických simulací byly aktivní prvky OTA zapojeny pomocí náhradních obvodových řešení pomocí univerzálního proudového konveju UCC. Simulace tohoto obvodového řešení proběhly pro ideální i reálné komponenty.



Obr. 3.2: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika závislosti obvodového řešení GIC se dvěma kapacitry  $C_1$ ,  $C_2$  při změně hodnoty kondenzátoru  $C_1$ .

Simulace obvodu GIC v zapojení podle rovnice 3.1 proběhla pro tři různé hodnoty kapacitoru  $C_1 = 10; 100$  a  $1000$  nF,  $C_2 = 1$   $\mu$ F, kde transkonduktance si jsou rovny, tedy  $g_{m1} = g_{m2} = g_{m3} = 100$   $\mu$ S, hodnota odporu  $R_x = 500$   $\Omega$ . Výsledné grafy

simulace jsou zobrazeny na obrázku 3.2. Z grafu fázové a modulové charakteristiky je patrné, že v ideálním stavu charakteristiky popisují klasický rezistor. V případě simulací pomocí reálných součástek dochází k frekvenčním závislostem obvodu, které jsou způsobeny univerzálními proudovými konvejory při vyšších frekvencích. Zároveň je z grafu fázové charakteristiky je patrné, že pro hodnoty kapacitoru,  $C_1$  pohybující se v intervalu mezi 100 nF a 1  $\mu$ F, dochází k získání lepších výsledků.

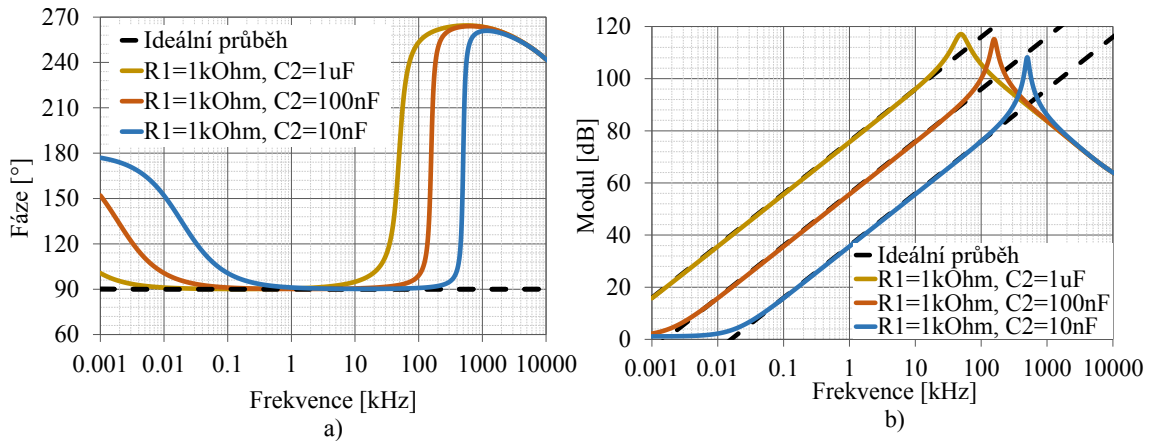


Obr. 3.3: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika závislosti obvodového řešení GIC s jedním kapacitorem  $C_1$  a rezistorem  $R_2$  při změně hodnoty kapacitoru  $C_1$ .

V případě zapojení obvodu GIC podle rovnice 3.2 získáme pomocí simulací následující fázové a modulové charakteristiky viz 3.3. V tomto zapojení byl kapacitor  $C_2$  nahrazen odporem  $R$ , kde hodnota rezistoru byla zvolena jako 1 k $\Omega$ . Hodnoty kapacitoru byly zvoleny pro tři různé hodnoty  $C_1 = 10; 100$  a 1 000 nF, transkonduktance zůstaly beze změny. Z fázové charakteristiky je patrné, že při hodnotě kapacitoru  $C_1 = 100$  nF dochází k přibližnému popisu ideální charakteristiky. Modulová charakteristika popisuje změnu modulu v decibelech při zvyšující se frekvenci, kde v tomto případě mají výsledné charakteristiky sestupný charakter s poklesem 20 dB/dekádu. Z výsledných charakteristik 3.3 a impedanční rovnice 3.2 je patrné, že výsledné obvodové řešení popisuje chování kapacitoru.

Posledním možným řešením, které zde bylo uvedeno, je zapojení podle rovnice 3.3, kde kapacitor  $C_1$  byl nahrazen rezistorem  $R = 1\text{ k}\Omega$  a kapacitor  $C_2 = 10; 100$  a 1 000 nF. Výsledné grafy simulace jsou zobrazeny viz 3.4, kde z modulové charakteristiky je viditelný nárůst modulu o 20 dB/dekádu se zvyšující se frekvencí. V tomto obvodovém řešení GIC dochází k popisu indukční součástky, tedy induktoru.

Z modulových charakteristik 3.3, 3.4 je patrný posun modulové charakteristiky ve frekvenční ose při změně kapacitoru  $C_1$ , či  $C_2$ .



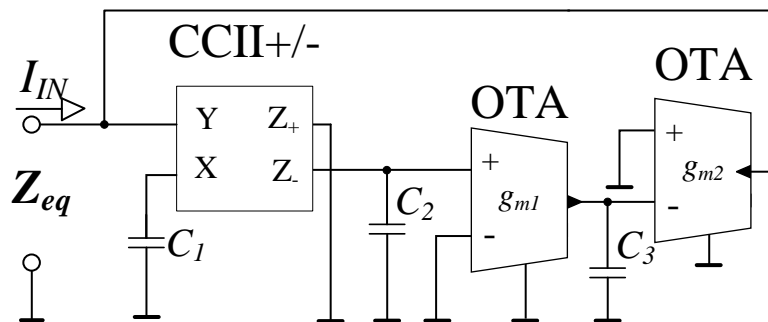
Obr. 3.4: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika závislosti obvodového řešení GIC s jedním rezistorem  $R_1$  a kapacitorem  $C_2$  při změně hodnoty kapacitoru  $C_2$ .

### 3.1.2 Obvodové řešení č.2

Schéma navrženého obvodu GIC na obrázku 3.5 je sestaveno ze dvou prvků OTA a jednoho CCII+/- . Výslednou impedanci obvodu lze popsat následujícím vztahem:

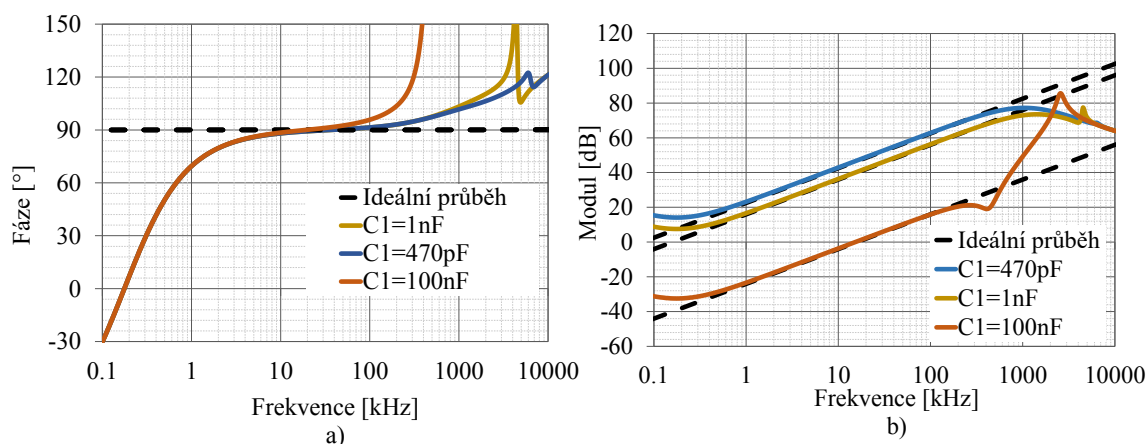
$$Z_{eq} = \frac{Z_1}{Z_2 \cdot Z_3 \cdot Z_4 \cdot Z_5} = \frac{p \cdot C_2 \cdot C_3}{C_1 \cdot g_{m1} \cdot g_{m2}}, \quad (3.4)$$

kde impedance  $Z_1$ ,  $Z_2$  a  $Z_3$  jsou zvoleny jako kapacitory,  $Z_4$  a  $Z_5$  jako impedance transkonduktančních zesilovačů OTA. Z impedanční rovnice obvodu je patrné, že výsledná impedance obvodu bude popisovat chování induktorové součástky.



Obr. 3.5: Navržený obvod GIC za pomoci prvku CCII+/- a dvou OTA zesilovačů.

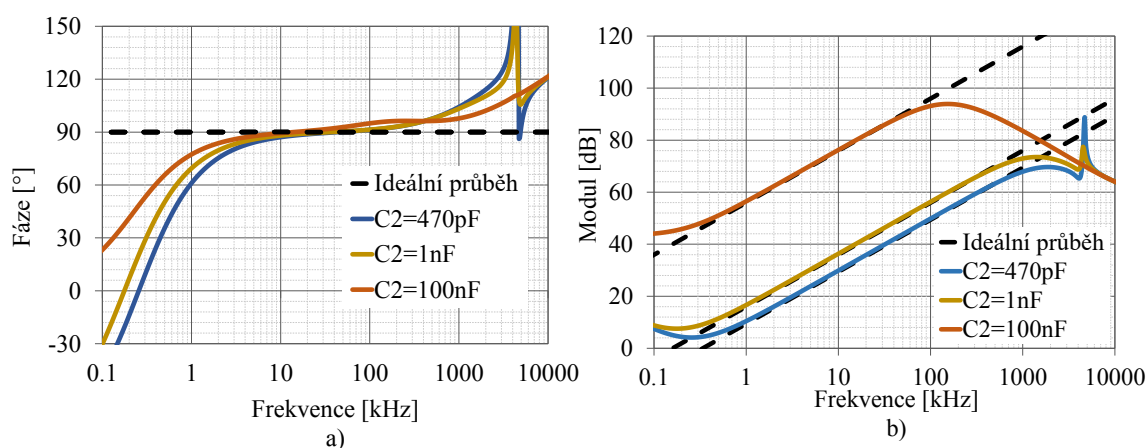
Pro simulace byly aktivní prvky OTA zapojeny pomocí náhradního obvodového řešení pomocí UCC. Simulace proběhly pro ideální i reálné komponenty, kde kapacitory odpovídaly hodnotám 1 nF a transkonduktance hodnotám 1 mS.



Obr. 3.6: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika obvodového řešení GIC při změně hodnoty kapacitoru  $C_1$ .

V grafech 3.6 jsou zobrazeny fázové a modulové charakteristiky obvodu GIC, kde je ukázána závislost obvodu při změně kapacitoru  $C_1$ . Změna proběhla pro tři různé hodnoty, a to pro 470 pF, 1 nF a 100 nF. Z modulové charakteristiky je patrné, že impedance popisuje indukční součástku, tedy má vzestupný charakter s nárůstem 20 dB/dekádu.

V případě změny hodnot kapacitorů  $C_2$  a  $C_3$  v čitateli imedanční rovnice dochází k závislosti obvodu GIC, která je zobrazena viz 3.7. Pro jednoduchost je zde ukázána pouze změna hodnot kapacitoru  $C_2$ , změna hodnot kapacitoru  $C_3$  odpovídá změně  $C_2$ . Z fázové charakteristiky je patrná závislost obvodu již při nižších frekvencích.



Obr. 3.7: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika obvodového řešení GIC při změně hodnoty kapacitoru  $C_2$ .



## 3.2 Návrh obvodu GIC obsahující prvky fraktálního řádu

Kapitola popisuje implementaci kapacitoru s fraktálním řádem do obvodových řešení GIC popsaných v kapitole 3.1. O jednotlivých implementacích a získání různých impedančních výstupů obvodu je v textu pojednáno.

### 3.2.1 Obvodové řešení č.1

Pro vytvoření GIC s fraktálním řádem je nutné v obvodovém řešení GIC (viz schéma 3.1) nahradit klasický kondenzátor elementem fraktálního řádu. V tomto případě byl kapacitor nahrazen kapacitorem s fraktálním řádem, který byl aproximován pomocí obvodového řešení Foster I a Oustalopovou aproximací, ten byl uveden v kapitole viz 1.1.2. Tato náhrada může být provedena více způsoby, a to zvolením kapacitoru s fraktálním řádem namísto kapacitoru  $C_1$  pro získání induktoru s fraktálním řádem, nebo namísto kapacitoru  $C_2$  pro získání kapacitoru s fraktálním řádem. Další možností je zvolit kondenzátory  $C_1$  a  $C_2$  kondenzátory s fraktálním řádem, kde v důsledku jejich poměrů docílíme jiných fraktálních řádů, než právě zvolenými.

Použitý návrh RC struktury poskytuje aproximaci kapacitoru s fraktálním řádem ve frekvenčním pásmu od  $\omega_L = (2 \cdot \pi \cdot f_0)/100$  do  $\omega_H = (2 \cdot \pi \cdot f_0) \cdot 100$  se středovým kmitočtem  $f_0 = 100$  kHz. Obvod byl simulován pro tři hodnoty  $\alpha = 0, 2; 0, 5$  a  $0, 8$ . Veškeré hodnoty součástí pro vytvoření obvodu Foster I se shodují s již simulovanými hodnotami, viz tabulka 3.6.

Výsledná impedance obvodu GIC s kapacitorem fraktálního řádu  $C_{1\alpha}$  je rovna:

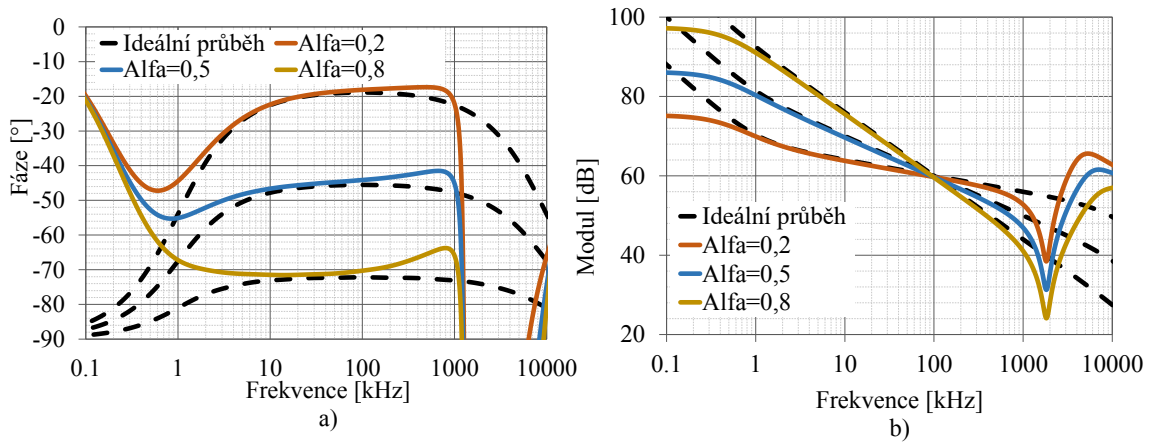
$$Z_{eqC_{1\alpha}} = \frac{Z_{1\alpha} \cdot Z_2}{Z_3 \cdot Z_4 \cdot Z_5} = \frac{p \cdot C_2 \cdot g_{m1}}{p^\alpha \cdot C_{1\alpha} \cdot g_{m2} \cdot g_{m3}}, \quad (3.5)$$

případně pro kapacitor fraktálního řádu  $C_{2\alpha}$ :

$$Z_{eqC_{2\alpha}} = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_{3\alpha} \cdot Z_4 \cdot Z_5} = \frac{p^\alpha \cdot C_{2\alpha} \cdot g_{m1}}{p \cdot C_1 \cdot g_{m2} \cdot g_{m3}}. \quad (3.6)$$

Z rovnic 3.5, 3.6 je patrné, že výsledná impedance v prvním případě bude mít indukční charakter, naopak v druhém případě má tato impedance charakter kapacitní. Hodnoty transkonduktancí si jsou navzájem rovny a pro oba typy zapojení odpovídají hodnotám 1 mS a hodnota kapacitorů  $C_1=C_2=1$  nF.

Simulace proběhly pro tři různé hodnoty řádů kapacitorů s fraktálním řádem, kde v legendě níže uvedených grafů jsou napsány výsledné hodnoty fraktálního řádu obvodového řešení GIC s fraktálním řádem.



Obr. 3.8: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika obvodového řešení kapacitního GIC s fraktálním řádem pro různé hodnoty  $\alpha$ , kde  $C_1$  byl zvolen jako kondenzátor s fraktálním řádem.

Tab. 3.1: Tabulka hodnot fraktálních řádů  $\alpha$  a fázových posunů pro  $C_{1\alpha}$ .

Kapacitor s fraktálním řádem:			$C_{1\alpha}$		
$\alpha_{TEOR}$	$\alpha_{IDEAL}$	$\alpha_{REAL}$	Fáze $\phi_{TEOR}$ [°]	Fáze $\phi_{IDEAL}$ [°]	Fáze $\phi_{REAL}$ [°]
0,2	0,21	0,201	-18	-18,90	-18,11
0,5	0,506	0,49	-45	-45,53	-44,13
0,8	0,802	0,781	-72	-72,17	-70,27

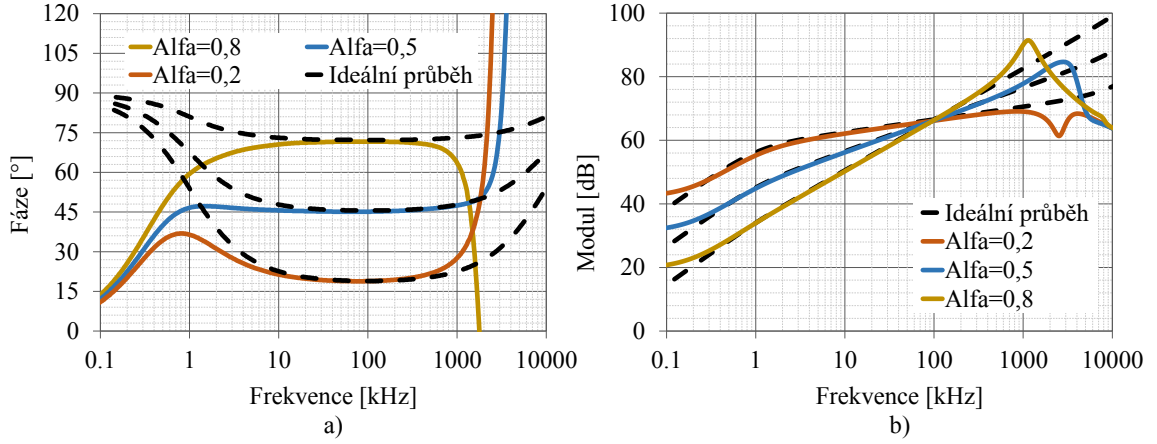
Výsledné simulace pro různé hodnoty  $\alpha$  jsou zobrazeny v grafech 3.8, 3.9. Tyto simulace proběhly pro dva možné scénáře, kde prvním je náhrada kapacitoru  $C_1$  za kapacitor s fraktálním řádem a druhým scénářem je implementace kapacitoru  $C_2$  za kapacitor s fraktálním řádem. Z fázových charakteristik jsou patrné aproximované části náhradního obvodového řešení Foster I. Z modulových charakteristik a impedančních rovnic je patrný indukční popř. kapacitní charakter obvodu.

Výsledné hodnoty fraktálního řádu obvodového řešení GIC s fraktálním řádem jsou shrnuty v tabulkách 3.1 a 3.2.

Tab. 3.2: Tabulka hodnot fraktálních řádů  $\alpha$  a fázových posunů pro  $C_{2\alpha}$ .

Kapacitor s fraktálním řádem:			$C_{2\alpha}$		
$\alpha_{TEOR}$	$\alpha_{IDEAL}$	$\alpha_{REAL}$	Fáze $\phi_{TEOR}$ [°]	Fáze $\phi_{IDEAL}$ [°]	Fáze $\phi_{REAL}$ [°]
0,2	0,21	0,206	18	18,91	18,59
0,5	0,506	0,499	45	45,53	44,91
0,8	0,802	0,794	72	72,17	71,47

V případě implementace obou kapacitorů za kapacitory s fraktálním řádem bude

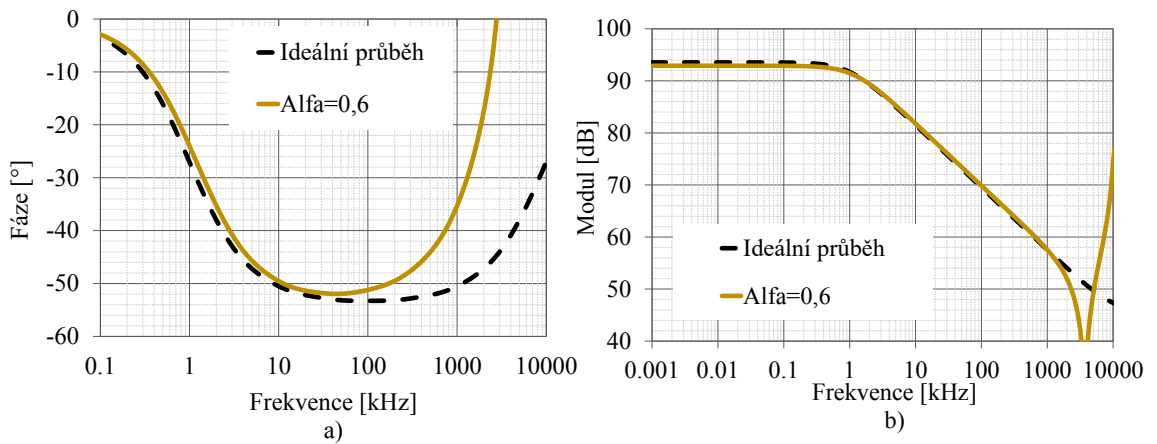


Obr. 3.9: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika obvodového řešení indukčního GIC s fraktálním řádem pro různé hodnoty  $\alpha$ , kde  $C_2$  byl zvolen jako kondenzátor s fraktálním řádem.

výsledná hodnota fraktálního řádu dána poměrem fraktálních řádů kapacitorů s fraktálním řádem. Tedy poměrem fraktálního řádu  $\alpha$  pro  $C_{1\alpha}$  a fraktálního řádu  $\beta$  pro  $C_{2\beta}$ . Výsledná impedance obvodu GIC s kapacitorem fraktálního řádu bude následující:

$$Z_{eqC_{1\alpha}C_{2\beta}} = \frac{Z_{1\alpha} \cdot Z_2}{Z_{3\alpha} \cdot Z_4 \cdot Z_5} = \frac{p^\beta \cdot C_{2\beta} \cdot g_{m1}}{p^\alpha \cdot C_{1\alpha} \cdot g_{m2} \cdot g_{m3}}, \quad (3.7)$$

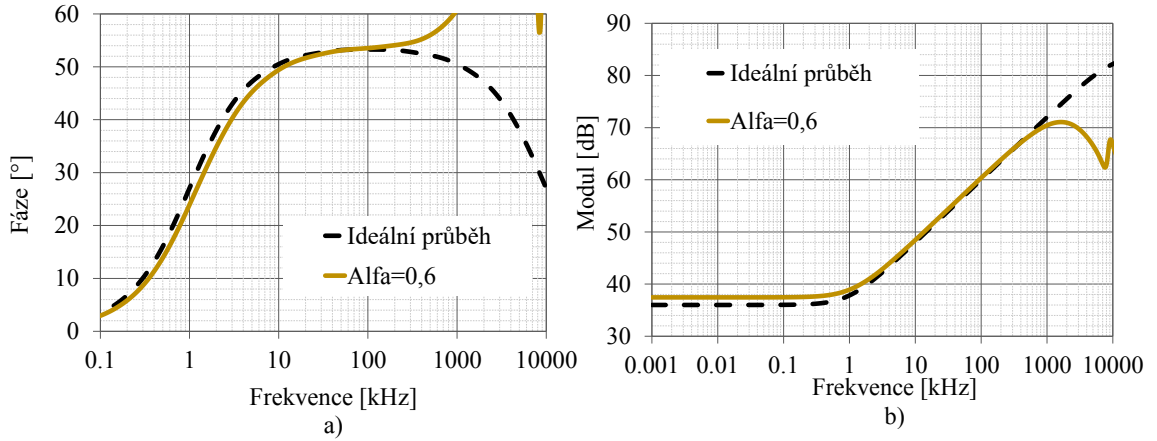
kde  $\alpha$  a  $\beta$  určují fraktální řád. V grafech 3.10 fázové a modulové charakteristiky, jsou zobrazeny simulace za předpokladu, že  $\alpha = 0,2$  a  $\beta = 0,8$ , kde výsledný řád obvodu GIC s fraktálním řádem bude 0,6, hodnoty transkonduktancí se rovnají  $g_{m1} = g_{m3} = 1 \text{ mS}$ ,  $g_{m2} = 100 \text{ } \mu\text{S}$ .



Obr. 3.10: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika obvodového řešení kapacitního GIC s fraktálním řádem pro dva kapacitory s fraktálním řádem  $C_{1\alpha}$  a  $C_{2\beta}$ , kde fraktální řády  $\alpha = 0,2$  a  $\beta = 0,8$ , a výsledný řád je 0,6.

V tomto případě bude výsledný obvod popisovat kapacitor s fraktálním řádem. V grafu fázové charakteristiky je patrná chyba, která činí na kmitočtu 100 kHz 2°. Strmost modulové charakteristiky je rovna 12 dB/dekádu, odpovídá tedy řádu 0,6.

V případě, že  $\alpha = 0,8$  a  $\beta = 0,2$ , kde výsledný řád obvodu GIC s fraktálním řádem bude také 0,6, se bude jednat ve výsledku o obvod popisující charakteristiku induktoru s fraktálním řádem. Výsledné grafy simulací jsou zobrazeny na obrázcích 3.11. Fáze na kmitočtu 100 kHz odpovídá hodnotě 53,5°. Strmost modulové charakteristiky odpovídá hodnotě 12 dB/dekádu.

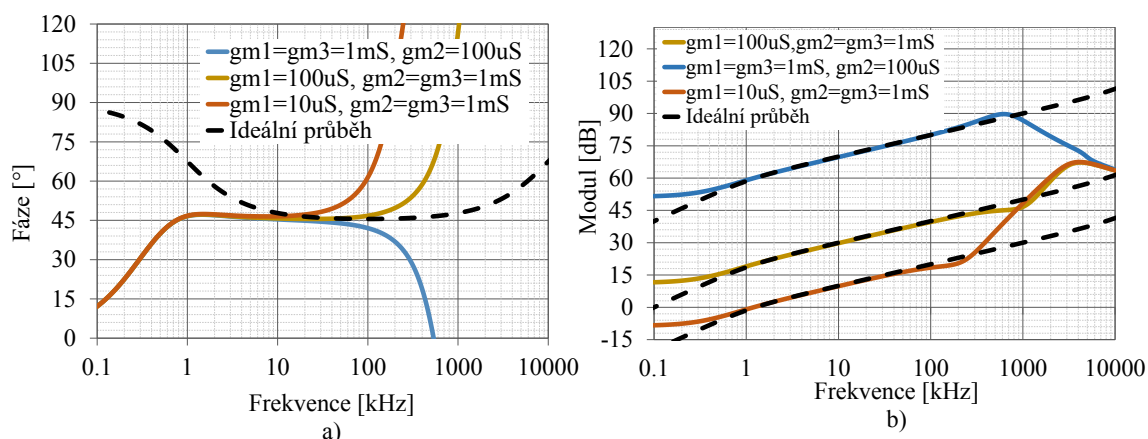


Obr. 3.11: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika obvodového řešení induktivního GIC s fraktálním řádem pro dva kapacitory s fraktálním řádem  $C_{1\alpha}$  a  $C_{2\beta}$ , kde fraktální řády  $\alpha = 0,8$  a  $\beta = 0,2$ , a výsledný řád je 0,6.

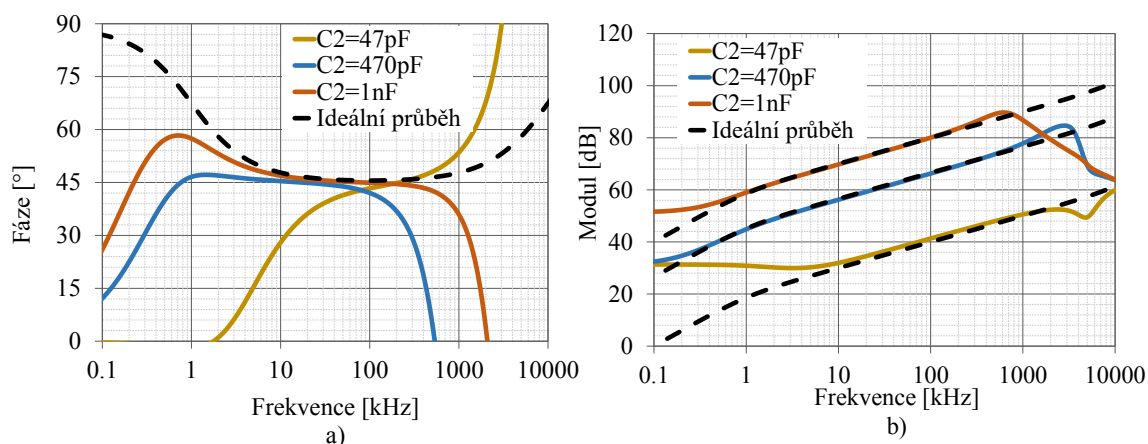
V grafech 3.12, 3.13 jsou zobrazeny možnosti kompenzace obvodu. Tyto simulace proběhly pro zapojení, kde namísto kondenzátoru  $C_1$  byl připojen kapacitor s fraktálním řádem  $\alpha = 0,5$ . Tedy výsledný řád obvodu odpovídá hodnotě 0,5 a popisuje charakter induktoru s fraktálním řádem.

Grafy 3.12 popisují vliv změny transkonduktancí na obvod GIC s fraktálním řádem. Z grafu fázové charakteristiky je patrné, že v tomto zapojení je výhodné ke kompenzaci využít změny poměru transkonduktancí  $g_{m2}$  a  $g_{m3}$ .

Vliv změny kapacitoru  $C_2$  na obvod popisují grafy 3.13. Opět z fázové charakteristiky je patrná nefunkčnost daného obvodu při velmi nízké hodnotě kapacitoru  $C_2$ . Zároveň je zde zobrazen opačný vliv kondenzátoru, tedy s vyšší hodnotou. V tomto případě při hodnotě kapacitoru 1 nF, dochází k nejlepší shodě s ideální charakteristikou.



Obr. 3.12: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika závislosti obvodového řešení induktivního GIC s fraktálním řádem při změně transkonduktancí  $g_{m1}, g_{m2}$  a  $g_{m3}$ , kde kapacitor  $C_1$  byl zvolen jako kapacitor s fraktálním řádem 0,5.



Obr. 3.13: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika závislosti obvodového řešení induktivního GIC s fraktálním řádem při změně hodnot kapacitoru  $C_2$ , kde kapacitor  $C_1$  byl zvolen jako kapacitor s fraktálním řádem 0,5.

### 3.2.2 Obvodové řešení č.2

Schéma obvodového řešení GIC, viz 3.5, lze modifikovat v GIC s fraktálním řádem, a to díky náhradě klasického kondenzátoru za kondenzátor s fraktálním řádem. Kapacitory byly aproximovány za pomoci obvodového řešení Foster I.

Obvodové řešení GIC s fraktálním řádem lze získat kompenzací kapacitoru  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ , případně jejich kombinací, za kapacitor s fraktálním řádem. Této možnosti lze využít i obvodových řešeních pro získání vyšších řádů.

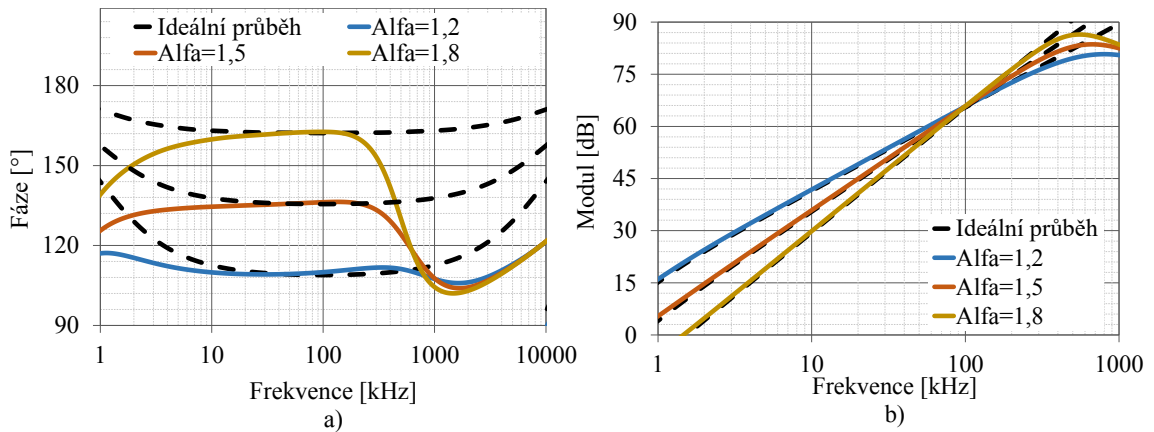
Jednou z možných metod je nahrazení kapacitoru  $C_1$  za kapacitor s fraktálním řádem. Výsledná impedanční rovnice obvodu je následující:

$$Z_{eqC1\alpha} = \frac{Z_1}{Z_2 \cdot Z_3 \cdot Z_4 \cdot Z_5} = \frac{p^2 \cdot C_2 \cdot C_3}{p^\alpha \cdot C_{1\alpha} \cdot g_{m1} \cdot g_{m2}}, \quad (3.8)$$

kde  $C_{1\alpha}$  je kapacitor s fraktálním řádem  $\alpha$  pohybující se od 0 po 1. Z impedanční rovnice je patrné, že výsledná impedance bude popisovat charakter indukční součástky s fraktálním řádem, kde se řád obvodu bude pohybovat mezi 1 a 2. Zároveň je z impedanční rovnice patrná změna výsledného řádu obvodu, například při implementaci kapacitoru  $C_{1\alpha}$  s fraktálním řádem 0,2, bude mít výsledné obvodové řešení řád roven 1,8. Hodnoty transkonduktací byly zvoleny  $g_{m1} = g_{m2} = 2 \text{ mS}$  a kondenzátory byly zvoleny následovně  $C_2 = 4,7 \text{ nF}$ ,  $C_3 = 2,7 \text{ nF}$ .

V grafech fázové a modulové charakteristiky 3.14 jsou zobrazeny výsledky simulace, kde kondenzátor  $C_1$  byl nahrazen kapacitorem s fraktálním řádem. Výsledné hodnoty  $\alpha$ , které jsou uvedené v legendě grafu, odpovídají celkové hodnotě fraktálního řádu obvodu. K získání přesnějších výsledků, bylo obvodové řešení GIC s fraktálním řádem kompenzováno hodnotami klasických kondenzátorů  $C_2$  a  $C_3$  a poměru transkonduktancí.

Z fázové i modulové charakteristiky lze určit výsledný řád daného obvodu. Jednotlivé strmosti modulové charakteristiky pro tři různé hodnoty  $\alpha$  jsou následující: 35,59 dB/dekádu pro výsledný řád obvodu 1,8, 30,48 dB/dekádu pro řád obvodu 1,5 a pro řád 1,2 strmost grafu odpovídá hodnotě 25,81 dB/dekádu. V tabulce 3.3 jsou zobrazeny teoretické, ideální a reálné hodnoty fáze a  $\alpha$ , které byly zjištěny na středovém kmitočtu  $f_0 = 100 \text{ kHz}$ .



Obr. 3.14: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika obvodového řešení induktivního GIC s fraktálním řádem pro různé hodnoty  $\alpha$ , kde  $C_1$  byl zvolen jako kondenzátor s fraktálním řádem.

Jednou z dalších možných realizací GIC s fraktálním řádem je nahrazení klasického kondenzátoru za kondenzátor s fraktálním řádem namísto kapacitoru  $C_2$ .

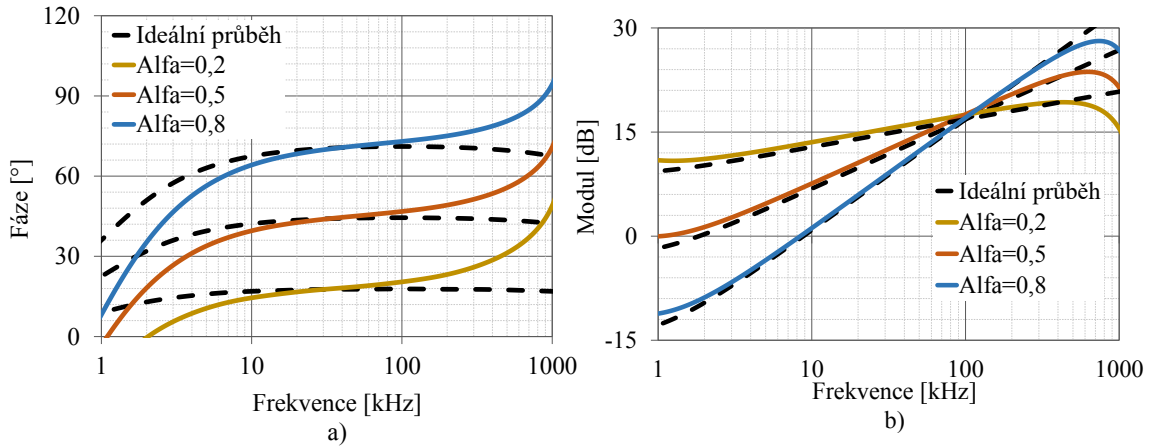
Tab. 3.3: Tabulka porovnávající teoretické, ideální a reálné hodnoty  $\alpha$  a fáze na středovém kmitočtu  $f_0 = 100$  kHz, kde kapacitor  $C_{1\alpha}$  je kapacitor s fraktálním řádem.

Kapacitor s fraktálním řádem:			$C_{1\alpha}$		
$\alpha_{TEOR}$	$\alpha_{IDEAL}$	$\alpha_{REAL}$	Fáze $\phi_{TEOR}$ [°]	Fáze $\phi_{IDEAL}$ [°]	Fáze $\phi_{REAL}$ [°]
1,2	1,21	1,221	108	108,91	109,95
1,5	1,506	1,514	135	135,53	136,26
1,8	1,802	1,81	162	162,18	162,63

Výsledná impedanční rovnice za předpokladu, že kapacitor  $C_2$  byl nahrazen kapacitorem s fraktálním řádem, má následující tvar:

$$Z_{eqC_{2\alpha}} = \frac{Z_1}{Z_2 \cdot Z_3 \cdot Z_4 \cdot Z_5} = \frac{p^\alpha \cdot C_{2\alpha} \cdot C_3}{C_1 \cdot g_{m1} \cdot g_{m2}}, \quad (3.9)$$

kde  $\alpha$  udává fraktální řád a  $C_{2\alpha}$  je kapacitor s fraktálním řádem, hodnoty transkonduktací byly zvoleny  $g_{m1} = g_{m2} = 909 \mu S$  a kondenzátory byly zvoleny následovně  $C_1 = 1$  nF,  $C_3 = 470$  pF. Z impedanční rovnice je patrné, že výsledný řád obvodového řešení GIC s fraktálním řádem se bude pohybovat mezi 0 a 1. Zároveň je patrné, že při implementaci kapacitoru s fraktálním řádem o řádu 0,2, bude mít navržené obvodové řešení GIC s fraktálním řádem řád roven 0,2 a bude odpovídat popisu charakteru indukční součástky.



Obr. 3.15: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika obvodového řešení induktivního GIC s fraktálním řádem pro různé hodnoty  $\alpha$ , kde  $C_2$  byl zvolen jako kondenzátor s fraktálním řádem.

V grafech 3.15 jsou zobrazeny výsledky simulací obvodového řešení GIC s fraktálním řádem, kde jsou uvedeny výsledné hodnoty řádů daného obvodového řešení. Z modulové charakteristiky je patrné, že výsledné obvodové řešení má induktivní



charakter. Strmosti modulových charakteristik od nejstrmější (tedy od  $\alpha=0,8$ ) odpovídají následujícím hodnotám: 15,88 dB/dekádu, 9,99 dB/dekádu a 3,99 dB/dekádu. Jednotlivé hodnoty fází a hodnot  $\alpha$  na středovém kmitočtu  $f_0=100$  kHz jsou zobrazeny viz tabulka 3.4.

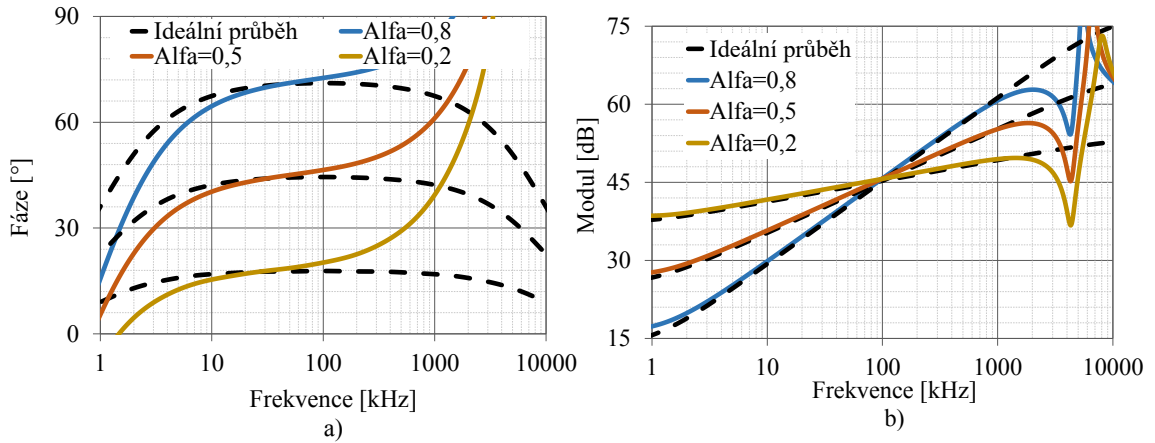
Tab. 3.4: Tabulka porovnávající teoretické, ideální a reálné hodnoty  $\alpha$  a fáze na středovém kmitočtu  $f_0 = 100$  kHz, kde kapacitor  $C_{2\alpha}$  je kapacitor s fraktálním řádem.

Kapacitor s fraktálním řádem:			$C_{2\alpha}$		
$\alpha_{TEOR}$	$\alpha_{IDEAL}$	$\alpha_{REAL}$	Fáze $\phi_{TEOR}$ [°]	Fáze $\phi_{IDEAL}$ [°]	Fáze $\phi_{REAL}$ [°]
0,2	0,198	0,232	18	17,82	20,94
0,5	0,494	0,516	45	44,46	46,45
0,8	0,789	0,819	72	71,09	73,72

V případě nahrazení klasického kondenzátoru  $C_3$  za kapacitor s fraktálním řádem, dostává výsledná impedanční rovnice následující tvar:

$$Z_{eqC_{3\alpha}} = \frac{Z_1}{Z_2 \cdot Z_3 \cdot Z_4 \cdot Z_5} = \frac{p^\alpha \cdot C_2 \cdot C_{3\alpha}}{C_1 \cdot g_{m1} \cdot g_{m2}}, \quad (3.10)$$

kde hodnoty transkonduktacní byly zvoleny  $g_{m1} = g_{m2} = 909 \mu S$  a kondenzátory byly zvoleny následovně  $C_1 = 1$  nF,  $C_2 = 470$  pF.



Obr. 3.16: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika obvodového řešení induktivního GIC s fraktálním řádem pro různé hodnoty  $\alpha$ , kde  $C_3$  byl zvolen jako kondenzátor s fraktálním řádem.

Výsledné simulace obvodového řešení GIC s fraktálním řádem jsou zobrazeny v grafech 3.16. Z fázové charakteristiky je patrná chyba při vyšších frekvencích,

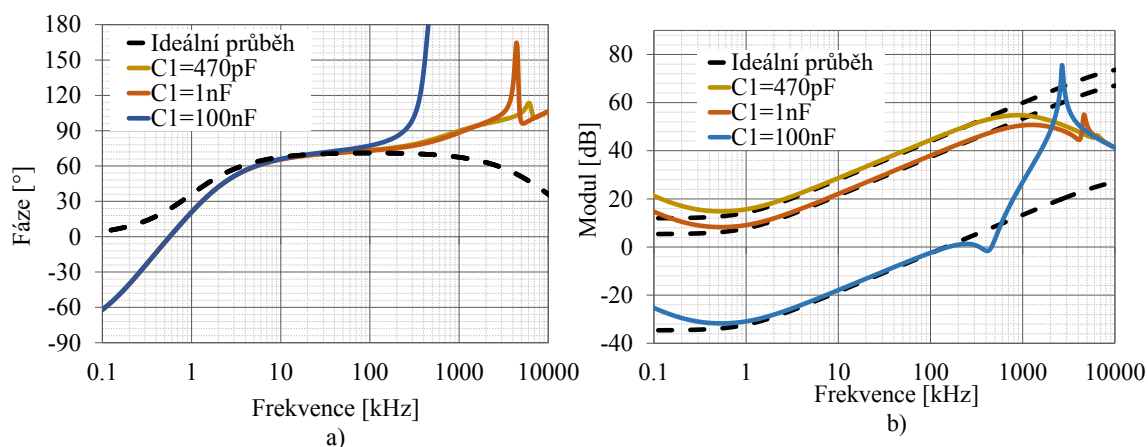


ta je především způsobena frekvenční omezeností aktivních prvků při vyšších frekvencích. Kompenzace oproti předešlému zapojení je přesnější. V tabulce 3.5 jsou zobrazeny teoretické, ideální a reálné hodnoty fáze a  $\alpha$ , které byly zjištěny na středovém kmitočtu  $f_0 = 100$  kHz.

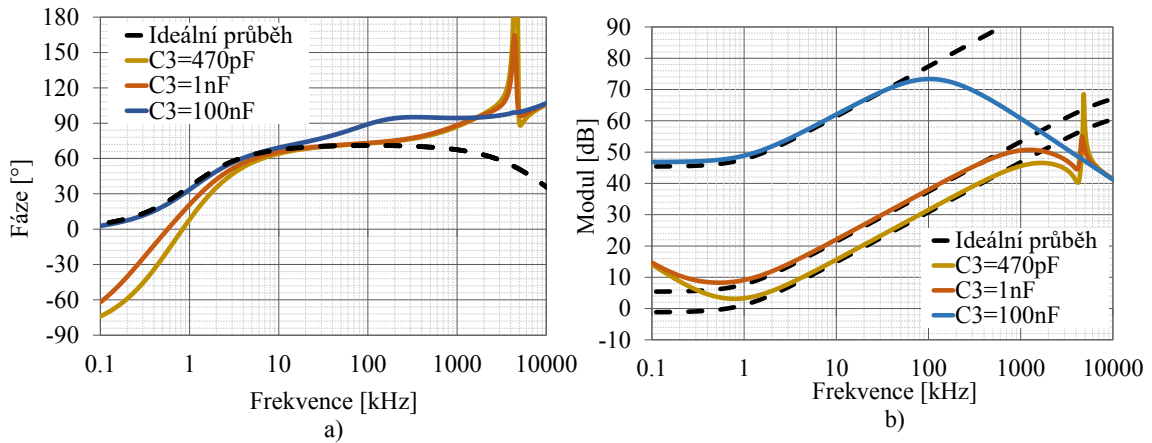
Tab. 3.5: Tabulka porovnávající teoretické, ideální a reálné hodnoty  $\alpha$  a fáze na středovém kmitočtu  $f_0 = 100$  kHz, kde kapacitor  $C_{3\alpha}$  je kapacitor s fraktálním řádem.

Kapacitor s fraktálním řádem:			$C_{3\alpha}$		
$\alpha_{TEOR}$	$\alpha_{IDEAL}$	$\alpha_{REAL}$	Fáze $\phi_{TEOR}$ [°]	Fáze $\phi_{IDEAL}$ [°]	Fáze $\phi_{REAL}$ [°]
0,2	0,198	0,229	18	17,82	20,61
0,5	0,494	0,521	45	44,46	46,93
0,8	0,789	0,81	72	71,09	72,94

Závislost obvodového řešení GIC s fraktálním řádem na změně kondenzátorů je zobrazena v grafech 3.17, 3.18. Simulace proběhla při modifikaci kapacitoru  $C_2$  za kapacitor s fraktálním řádem s řádem 0,5. Z fázové charakteristiky je patrná závislost obvodu, díky níž obvod lze kompenzovat. V tomto případě kapacitor  $C_1$  kompenzuje obvod na vyšších frekvencích, kde nejlepších výsledků v tomto případě dosahuje při volbě kapacitoru v okolí 1 nF. V opačném případě kompenzace na nižších frekvencích docílíme změnou kapacitoru  $C_3$ . Například u volby 100 nF je patrné, že kompenzace na nižších frekvencích popisuje ideální průběh, avšak od kmitočtu 10 kHz dochází k nepřesnostem obvodu.

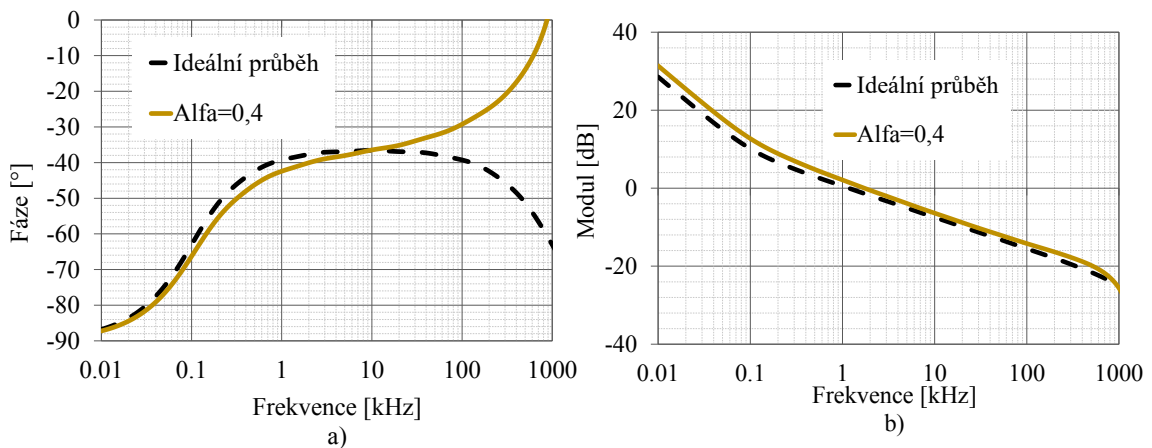


Obr. 3.17: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika závislosti induktivního obvodového řešení GIC s fraktálním řádem při změně hodnot kapacitoru  $C_1$ , kde kondenzátor  $C_2$  byl zvolen jako fraktální kapacitor o řádu 0,5.



Obr. 3.18: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika závislosti induktivního obvodového řešení GIC s fraktálním řádem při změně hodnot kapacitoru  $C_3$ , kde  $C_{2\alpha}$  je fraktálním kapacitorem.

Pro získání obvodu GIC s fraktálním řádem, kde jeho výstupní impedance bude popisovat impedanci kapacitoru s fraktálním řádem, je nutné implementovat do obvodu kapacitory s fraktálním řádem s určitými podmínkami jejich řádů. A to za předpokladu, že součet řádů kapacitorů resp. kapacitorů s fraktálním řádem  $C_2$  a  $C_3$  resp.  $C_{2\alpha}$  a  $C_{3\alpha}$  bude menší než řád kapacitoru  $C_1$  resp.  $C_{1\alpha}$ . V grafech viz 3.19 jsou uvedeny charakteristiky obvodového řešení GIC s fraktálním řádem, kde jeho výstupní impedance popisuje charakter kondenzátoru. Do obvodu GIC byly imple-



Obr. 3.19: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika obvodového řešení kapacitního GIC s fraktálním řádem, kde kapacitory  $C_2$ ,  $C_3$  byly zvoleny jako kondenzátory s fraktálním řádem o řádu 0,3, výsledný řád obvodu je 0,4.

mentovány dva kondenzátory s fraktálním řádem namísto kondenzátorů  $C_2$  a  $C_3$ . Pro oba kondenzátory byl zvolen řád 0,3 a aproximace proběhla pro středový kmi-

točet 10 kHz. Tabulka vypočtených hodnot součástek pro obvodové řešení Foster I, kde  $\alpha=0,3$  je zobrazena viz 3.6. Výsledný řád obvodového řešení GIC s fraktálním řádem odpovídá řádu 0,4. Hodnoty transkonduktancí  $g_{m1}=g_{m2}=2\text{ mS}$  a kapacitor  $C_1=8,2\text{ nF}$ . Na kmitočtu 10 kHz fáze daného obvodového řešení odpovídá hodnotě  $36,46^\circ$ . Strmost grafu modulové charakteristiky odpovídá hodnotě  $7,8\text{ dB/dek}$ , tedy řádu 0,39.

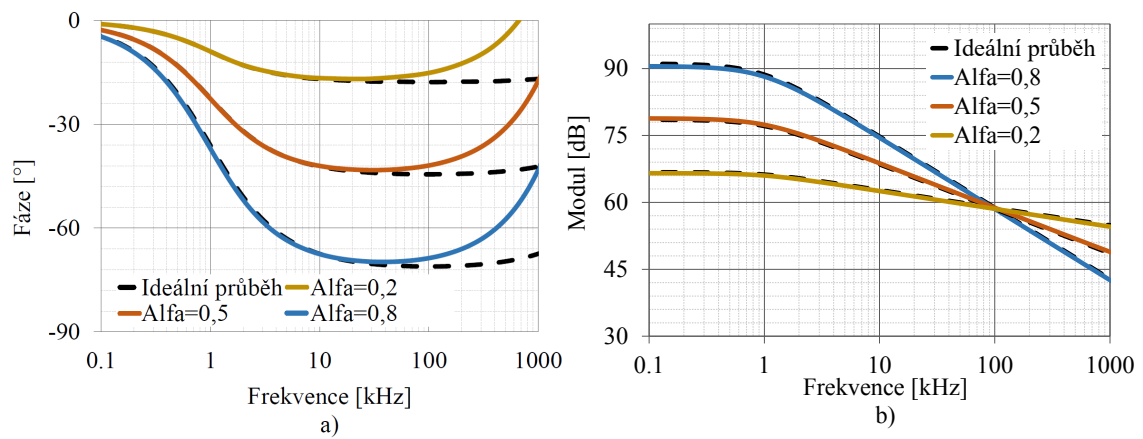
Tab. 3.6: Tabulka vypočtených hodnot součástek obvodového řešení Foster I pro  $\alpha = 0,3$ , kde středový kmitočet  $f_0=10\text{ kHz}$ .

Hodnota $\alpha$	$C_1$ [pF]	$C_2$ [pF]	$C_3$ [pF]	$C_4$ [nF]	$C_5$ [nF]	$C_6$ [nF]	$C_7$ [nF]
0,3	116	261	639	1,59	3,95	9,55	19,73
$R_0$ [k $\Omega$ ]	$R_1$ [k $\Omega$ ]	$R_2$ [k $\Omega$ ]	$R_3$ [k $\Omega$ ]	$R_4$ [k $\Omega$ ]	$R_5$ [k $\Omega$ ]	$R_6$ [k $\Omega$ ]	$R_7$ [k $\Omega$ ]
8,51	3,22	5,35	8,14	12,19	18,29	28,21	50,91

V případě nahrazení kapacitorů  $C_2, C_3$  za rezistory a zvolením kapacitoru  $C_1$  jako kapacitor s fraktálním řádem, získáme kapacitní obvodové řešení GIC s fraktálním řádem. Výsledná impedanční rovnice má pak následující tvar:

$$Z_{eqC_{1\alpha}} = \frac{Z_1}{Z_2 \cdot Z_3 \cdot Z_4 \cdot Z_5} = \frac{1}{p^\alpha \cdot C_{1\alpha} \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot g_{m1} \cdot g_{m2}}, \quad (3.11)$$

kde  $C_{1\alpha}$  je kapacitor s fraktálním řádem a  $\alpha$  určuje fraktální řád. Z této impedanční rovnice je patrné, že výsledná impedance obvodu bude popisovat charakter kapacitní součástky s fraktálním řádem. Výsledky simulací jsou zobrazeny v grafech viz 3.20.



Obr. 3.20: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika obvodového řešení kapacitního GIC s fraktálním řádem, kde kapacitor  $C_1$  byl zvolen jako kondenzátor s fraktálním řádem pro tři různé hodnoty  $\alpha$ , zbylé kapacitory byly nahrazeny odpory.

Tato simulace proběhla pro tři různé hodnoty  $\alpha = 0,2; 0,5$  a  $0,8$  se středovým kmitočtem  $100 \text{ kHz}$ . Kde transkonduktance  $g_{m1} = g_{m2} = 380 \mu\text{S}$ , hodnoty odporů  $R_2, R_3$  byly  $1 \text{ k}\Omega$ . Fáze na středovém kmitočtu odpovídá následujícím hodnotám:  $-15,2^\circ$  pro řád  $\alpha=0,2$ ,  $-41,92^\circ$  pro řád  $\alpha=0,5$  a  $-68,68^\circ$  pro řád  $\alpha=0,8$ . Z těchto výsledků je patrná vyšší chyba při nižší hodnotě  $\alpha$ , která je způsobená především frekvenční omezeností aktivních prvků. Porovnání jednotlivých teoretických, ideálních a reálných hodnot  $\alpha$  a fází je shrnuto v tabulce viz 3.7.

Tab. 3.7: Tabulka porovnávající teoretické, ideální a reálné hodnoty  $\alpha$  a fáze na středovém kmitočtu  $f_0 = 100 \text{ kHz}$ , kde kapacitor  $C_{1\alpha}$  je kapacitor s fraktálním řádem a impedance  $Z_2, Z_3$  jsou nahrazeny rezistory.

Kapacitor s fraktálním řádem:			$C_{1\alpha}$		
$\alpha_{TEOR}$	$\alpha_{IDEAL}$	$\alpha_{REAL}$	Fáze $\phi_{TEOR} [^\circ]$	Fáze $\phi_{IDEAL} [^\circ]$	Fáze $\phi_{REAL} [^\circ]$
0,2	0,198	0,169	-18	-17,82	-15,17
0,5	0,494	0,466	-45	-44,46	-41,91
0,8	0,789	0,763	-72	-71,09	-68,68

### 3.3 Kmitočtový filtr fraktálního řádu

V této kapitole je uveden návrh kmitočtového filtru fraktálního řádu, jehož návrh byl převzat z mé bakalářské práce [58]. Kapitola je rozdělena na dvě části, kde první část je věnována návrhu kmitočtového filtru s fraktálním řádem za pomoci přímé náhrady klasického kondenzátoru za kapacitor s fraktálním řádem. Druhá část této kapitoly uvádí návrh kmitočtového filtru s fraktálním řádem, kde klasický kondenzátor je nahrazen výše uvedeným GIC obvodem fraktálního řádu. Vlastnosti uvedených zapojení jsou ověřeny simulacemi v OrCad PSpice za pomoci ideálních i neideálních modelů aktivních prvků.

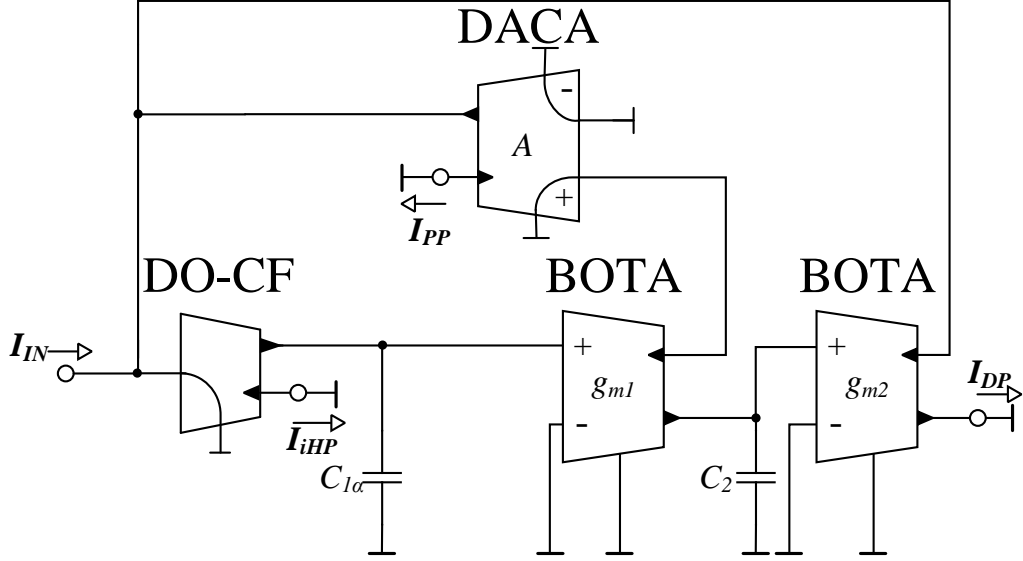
#### 3.3.1 Kmitočtový filtr fraktálního řádu

Schéma kmitočtového filtru fraktálního řádu je zobrazeno na obrázku 3.21. Ze schématu je patrné, že lze získat tři různé výstupní funkce: dolní (DP), invertující horní (iHP) a pásmová propust (PP).

Pomocí změny poměru transkonduktancí lze ovládat úhlový kmitočet, činitel jakosti je nepřímo úměrný na velikosti zesílení  $A$ .

V tomto případě charakteristická rovnice získává následující tvar:

$$CE_{1+\alpha} = p^{1+\alpha} + p \cdot \frac{g_{m1} \cdot A}{C_{1\alpha}} + \frac{g_{m1} \cdot g_{m2}}{C_{1\alpha} \cdot C_2}. \quad (3.12)$$



Obr. 3.21: Schéma kmitočtového filtru fraktálního řádu.

V kapitole 1.1.2 byly popsány a odsimulovány jednotlivé struktury potřebné pro modifikaci kapacitoru s fraktálním řádem. V [58] byl uveden postup pro získání normalizovaných obecných funkcí, které mají tvar:

$$H_{1+\alpha}^{DP} = \frac{\frac{\omega_0^{1+\alpha}}{k_1}}{p^{1+\alpha} + p \cdot \frac{k_2}{k_1} \cdot \omega_0^\alpha + \frac{k_3}{k_1} \cdot \omega_0^{1+\alpha}}, \quad (3.13)$$

$$H_{1+\alpha}^{HP} = \frac{\frac{\omega_0^{1+\alpha}}{k_2}}{p^{1+\alpha} \cdot \frac{k_1}{k_2} + p \cdot \omega_0^\alpha + \frac{k_3}{k_2} \cdot \omega_0^{1+\alpha}}, \quad (3.14)$$

$$H_{1+\alpha}^{PP} = \frac{\frac{\omega_0^{1+\alpha}}{k_3}}{p^{1+\alpha} \cdot \frac{k_1}{k_3} + p \cdot \frac{k_2}{k_3} \cdot \omega_0^\alpha + \omega_0^{1+\alpha}}, \quad (3.15)$$

kde  $k_1$ ,  $k_2$  a  $k_3$  jsou koeficienty pro získání požadované Butterworthovy charakteristiky a  $\omega_0^{1+\alpha}$  je normalizovaný kmitočet, představující pólový kmitočet celého kmitočtového filtru.

K docílení správné funkčnosti daného filtru, je v tomto případě nutný přepoččet transkonduktancí tak, aby došlo k posunu charakteristiky na normalizovaný kmitočet. To lze dosáhnout pomocí následujících rovnic, které byly získány substitucí přenosové funkce filtru s fraktálním řádem s normalizovanou obecnou funkcí:

$$\frac{g_{m1} \cdot A}{C_{1\alpha}} = \frac{k_2}{k_1} \cdot \omega_0^\alpha, \quad (3.16)$$

$$\frac{g_{m1} \cdot g_{m2}}{C_{1\alpha} \cdot C_2} = \frac{k_3}{k_1} \cdot \omega_0^{1+\alpha}. \quad (3.17)$$

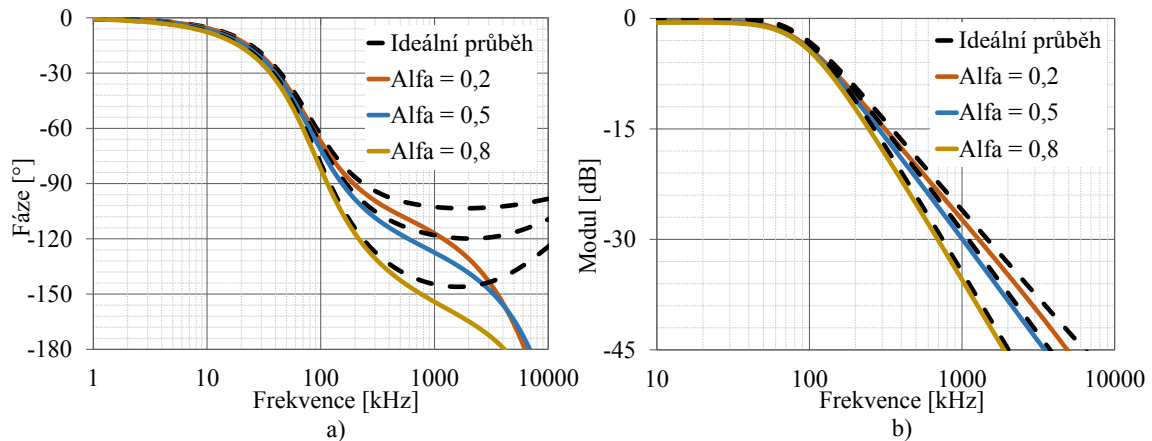
Výsledný přepočet hodnot součástek pro různé hodnoty  $\alpha$ , je zobrazen v tabulce 3.8.

Tab. 3.8: Tabulka vypočtených hodnot součástek

Hodnota $\alpha$	0,2	0,5	0,8
$k_1$ [-]	1,187	0.671	0.762
$k_2$ [-]	0,181	0.915	1.224
$k_3$ [-]	1,013	1.009	1.005
$g_{m1}$ [ $\mu\text{S}$ ]	45,028	402,884	474,134
$g_{m2}$ [ $\mu\text{S}$ ]	2638,225	519,423	386,766
$C_{1\alpha}$ [ $\text{nF}\cdot\text{sec}^{-1}$ ]	20447,6	372,553	6,788

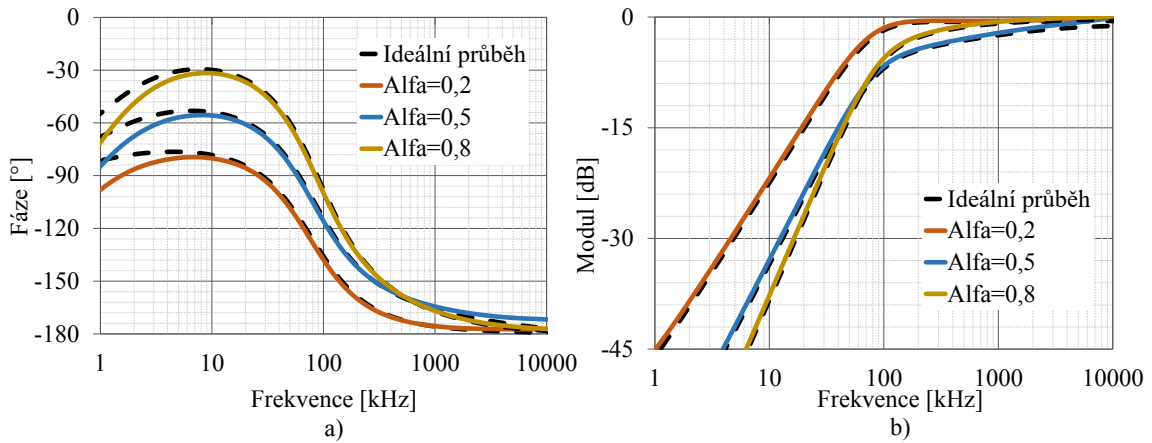
Tento obvod byl odsimulován s reálnými komponenty pro středový kmitočet  $f_0 = 100 \text{ kHz}$ , kapacitor s fraktálním řádem byl vytvořen za pomoci obvodového řešení Foster I, který je uveden v kapitole 1.1.2. Simulace byly provedeny pro tři různé hodnoty  $\alpha = 0, 2; 0, 5; 0, 8$ .

Z fázových charakteristik 3.22, 3.23, 3.24 je viditelná omezenost univerzálních transkonduktančních zesilovačů. Výsledný pokles v dB/dekádu kmitočtového filtru lze získat z modulových charakteristik, kde teoretické hodnoty dolní a invertující horní propusti odpovídají následujícím strmostem: 24 dB/dek pro  $\alpha = 0, 2$ , 30 dB/dek pro  $\alpha = 0, 5$  a 36 dB/dek pro  $\alpha = 0, 8$ . Naměřené hodnoty poklesu v dB / dekádu jsou shrnuty níže.



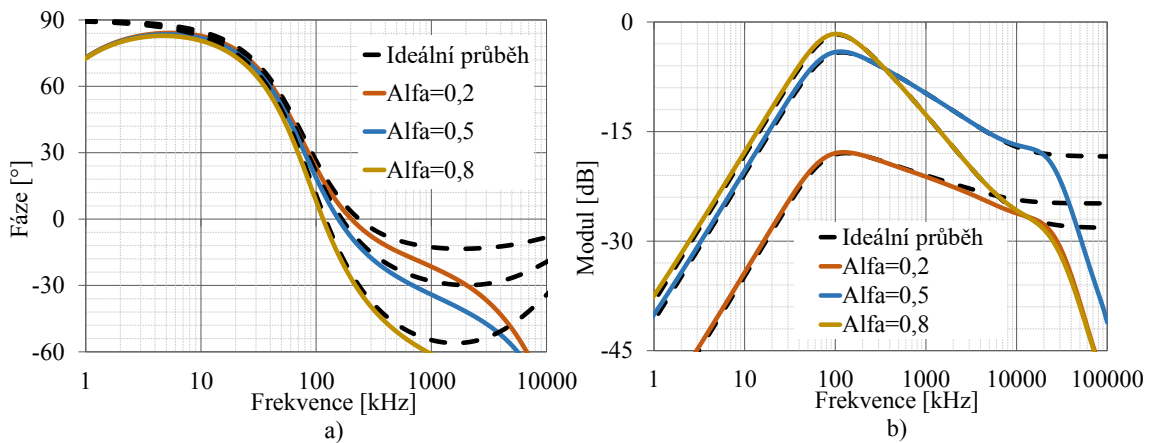
Obr. 3.22: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika kmitočtového filtru fraktálního řádu pro různé hodnoty  $\alpha$ , výstup  $I_{DP}$ .

U dolní propusti je pokles: 34,2 dB/dek pro  $\alpha = 0, 8$ , 28,03 dB/dek pro  $\alpha = 0, 5$  a 24,48 dB/dek pro  $\alpha = 0, 2$ . Pro horní propust jsou hodnoty poklesu následující: 33,4 dB/dek pro  $\alpha = 0, 8$ , 28,9 dB/dek pro  $\alpha = 0, 5$  a 24,6 dB/dek pro  $\alpha = 0, 2$ .



Obr. 3.23: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika kmitočtového filtru fraktálního řádu pro různé hodnoty  $\alpha$ , výstup  $I_{HP}$ .

Strmost útlumu pásmové propusti od středového kmitočtu směrem do nepropustného pásma v dolním kmitočtu je pro všechny tři hodnoty  $\alpha$  rovna 19,8 dB/dek. Strmosti do nepropustného pásma v horním kmitočtu jsou následující: 13 dB/dek pro  $\alpha = 0,8$ , 7,1 dB/dek pro  $\alpha = 0,5$  a 4,7 dB/dek pro  $\alpha = 0,2$ . Z modulové charakteristiky pro pásmovou propust je patrná deformace od mezního kmitočtu k vyšším kmitočtům, a to z důvodu, že daná pásmová propust především existuje pro funkce sudých řádů.

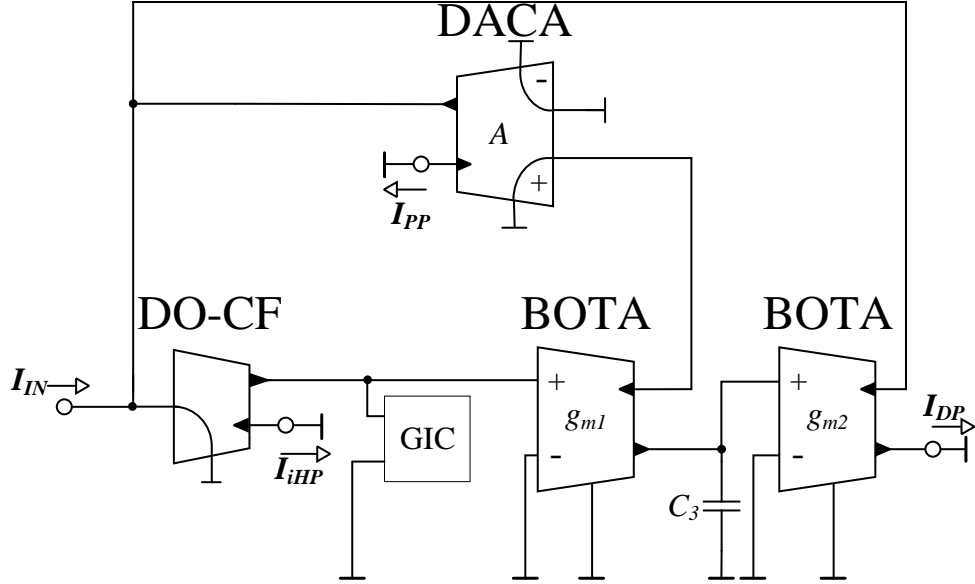


Obr. 3.24: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika kmitočtového filtru fraktálního řádu pro různé hodnoty  $\alpha$ , výstup  $I_{PP}$ .

### 3.3.2 Kmitočtový filtr obsahující obvod GIC s prvky fraktálního řádu

V této kapitole jsou předkládány výsledky simulací kmitočtového filtru s fraktálním řádem, který je popsán v kapitole 3.3.1, kde namísto kapacitoru s fraktálním řádem

bylo implementováno obvodové řešení GIC s fraktálním řádem. Veškeré simulace proběhly pro ideální i reálné modely jednotlivých komponentů popsaných v kapitole 2. Výsledné schéma tohoto obvodu je zobrazeno na obrázku 3.25.



Obr. 3.25: Navržený obvod kmitočtového filtru obsahující obvod GIC s prvky fraktálního řádu.

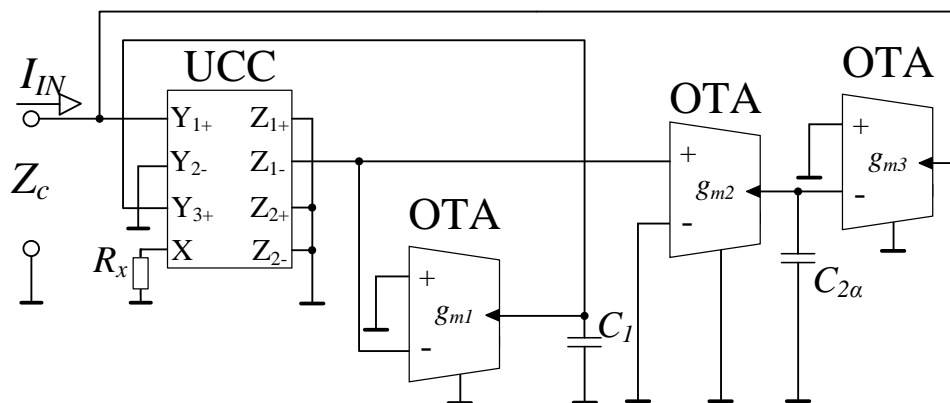
### Obvod č. 1

V tomto případě jako GIC s fraktálním řádem bylo použito obvodové řešení, které bylo popsáno v kapitole viz 3.2.1 a následně bylo implementováno do kmitočtového filtru s fraktálním řádem namísto kapacitoru  $C_{1\alpha}$ . Na obrázku 3.26 je zobrazeno výsledné schéma obvodového řešení GIC s fraktálním řádem. V obvodovém řešení byl jako kapacitor s fraktálním řádem zvolen kapacitor  $C_2$ . Výsledná impedance tohoto zapojení obvodu, GIC s fraktálním řádem, je následující:

$$Z_{eq\alpha} = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_{3\alpha} \cdot Z_4 \cdot Z_5} = \frac{p^\alpha \cdot C_{2\alpha} \cdot g_{m1}}{p \cdot C_1 \cdot g_{m2} \cdot g_{m3}}, \quad (3.18)$$

kde  $C_{2\alpha}$  je kapacitor s fraktálním řádem a  $\alpha$  odpovídá hodnotě fraktálního řádu. Z této impedance rovnice vyplývá, že výsledná impedance bude mít kapacitní charakter a výsledný řád bude dán vztahem  $(\alpha - 1)$ . Tato filtrační struktura obsahující obvodové řešení GIC s prvky fraktálního řádu byla odsimulována pro tři různé hodnoty  $\alpha = 0, 2; 0, 5$  a  $0, 8$ . Výsledky těchto simulací jak pro reálné tak i ideální komponenty jsou zobrazeny a popsány dále. Pro přesnost simulací bylo obvodové

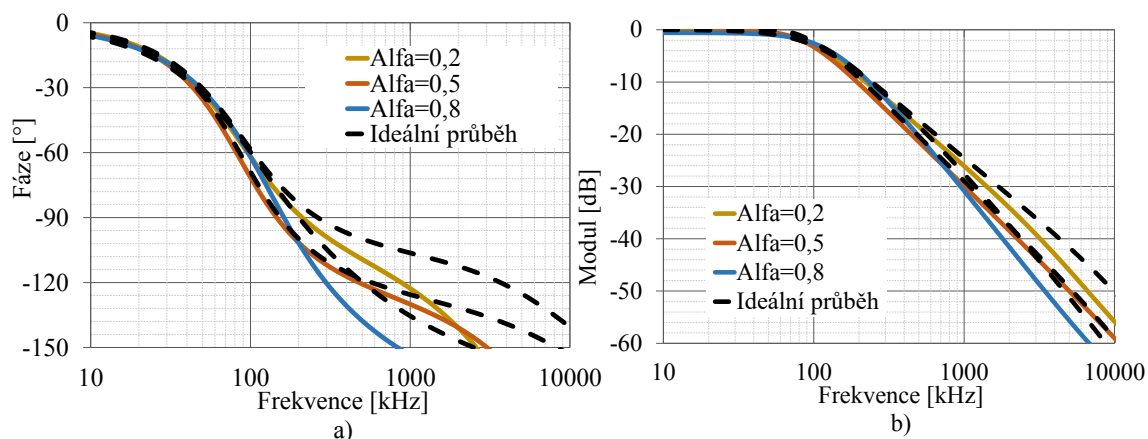




Obr. 3.26: Navržený obvod GIC obsahující prvky s fraktálním řádem.

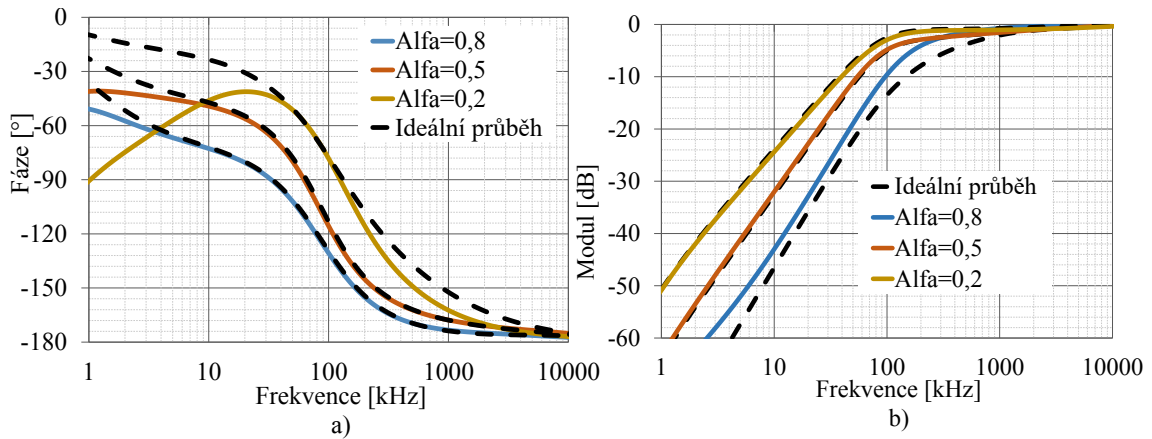
řešení GIC s fraktálním řádem kompenzováno pomocí transkonduktancí  $g_{m1}$ ,  $g_{m2}$ ,  $g_{m3}$  a kapacitoru  $C_1$ .

Výsledné simulace výstupu kmitočtového filtru s fraktálním řádem typu dolní propust ( $I_{DP}$ ), jsou zobrazeny v grafu 3.27. Z fázové charakteristiky je patrná nelinearita při vyšších frekvencích, ta je způsobena omezeností aktivních prvků obsažených v obvodovém řešení. Z modulové charakteristiky jsou patrné různé strmosti



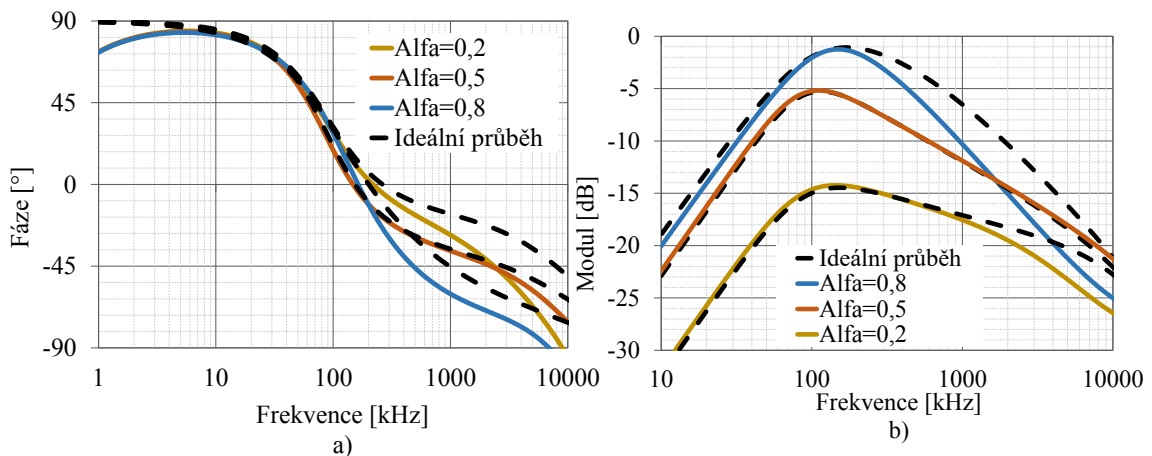
Obr. 3.27: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika kmitočtového filtru obsahující obvod GIC s prvky fraktálního řádu pro různé hodnoty  $\alpha$ , výstup  $I_{DP}$ .

útlumu od mezního kmitočtu do nepropustného pásma. Strmosti útlumu odpovídají následujícím hodnotám: 35,6 dB/dek pro  $\alpha = 0,2$  (odpovídající výslednému řádu obvodu 1,78), 29,2 dB/dek pro  $\alpha = 0,5$  (odpovídající výslednému řádu 1,46) a 24,6 dB/dek pro  $\alpha = 0,8$  (odpovídající výslednému řádu 1,23). Z výsledných hodnot je patrná chyba pohybující se okolo 2,5 %.



Obr. 3.28: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika kmitočtového filtru obsahující obvod GIC s prvky fraktálního řádu pro různé hodnoty  $\alpha$ , výstup  $I_{iHP}$ .

Dvojice grafů 3.28 popisuje výstup typu invertující horní propust ( $I_{iHP}$ ) kmitočtového filtru s fraktálním řádem. Z modulové charakteristiky je patrný ideálnější přechod z nepropustného do propustného pásma oproti klasickému kmitočtovému filtru s fraktálním řádem bez obvodového řešení GIC. Strmost přechodu z nepropustného do propustného pásma je následující: 33,95 dB/dek pro  $\alpha = 0,2$  (odpovídající výslednému řádu obvodu 1,7), 30,6 dB/dek pro  $\alpha = 0,5$  (odpovídající výslednému řádu obvodu 1,53) a 25,5 dB/dek pro  $\alpha = 0,8$  (odpovídající výslednému řádu obvodu 1,28). Z výsledných hodnot přepočtených řádů vyplývá, že zde vzniká pro nízké a vysoké hodnoty  $\alpha$  vyšší chyba a to okolo 6 %.



Obr. 3.29: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika kmitočtového filtru obsahující obvod GIC s prvky fraktálního řádu pro různé hodnoty  $\alpha$ , výstup  $I_{PP}$ .

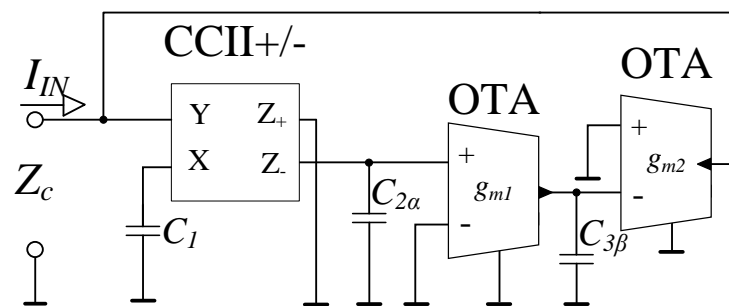
Výstup typu pásmová propust je zobrazen v grafech 3.29. U fázové charakte-

ristiky je opět viditelná nelinearita při vyšších frekvencích způsobená především frekvenční omezeností aktivních součástek. Z modulové charakteristiky je patrná stejná změna strmosti z nepropustného pásma po mezní kmitočet  $f_0$ , která je pro všechny hodnoty  $\alpha$  stejná a odpovídá hodnotě 20 dB/dek.

Strmost útlumu od mezního kmitočtu do vyšších frekvenčních pásem je následující: 14,6 dB/dek pro  $\alpha = 0,2$ , 8,36 dB/dek pro  $\alpha = 0,5$  a 6 dB/dek pro  $\alpha = 0,8$ . Z důvodu funkčnosti pásmové propusti pouze pro sudé řády, jsou tyto výsledné grafy irelevantní.

## Obvod č. 2

Pro toto zapojení bylo využito obvodové řešení GIC s fraktálním řádem z kapitoly 3.2.2, kde jeho obvodové řešení je zobrazeno na obrázku 3.30. Pro získání výsledné



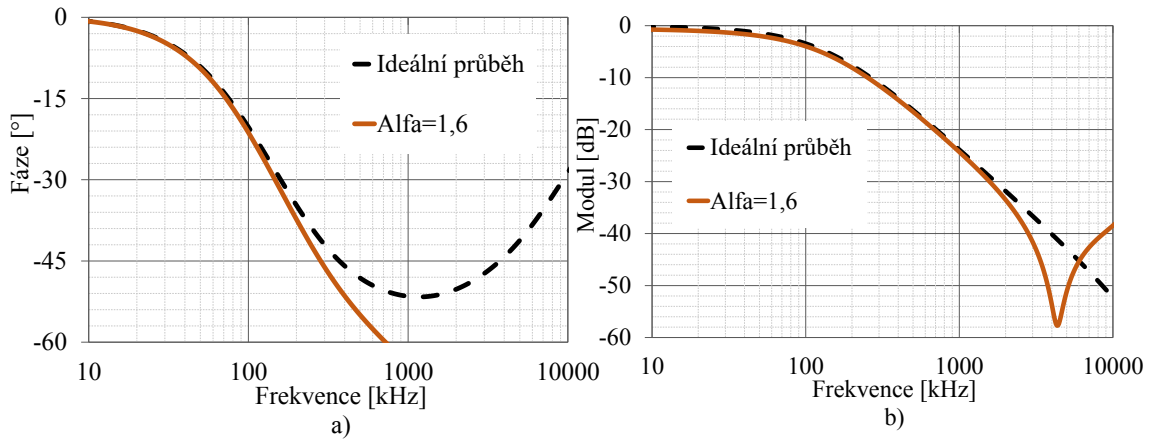
Obr. 3.30: Navržené obvodové řešení GIC s prvky fraktálního řádu.

impedance popisující charakter kapacitoru s fraktálním řádem, byly nahrazeny kapacitory  $C_2$  a  $C_3$  kapacitory s fraktálním řádem. Pro funkčnost musí být výsledný řád těchto dvou součástek menší než 1. Výsledná impedanční rovnice obvodového řešení GIC s fraktálním řádem je popsána následovně:

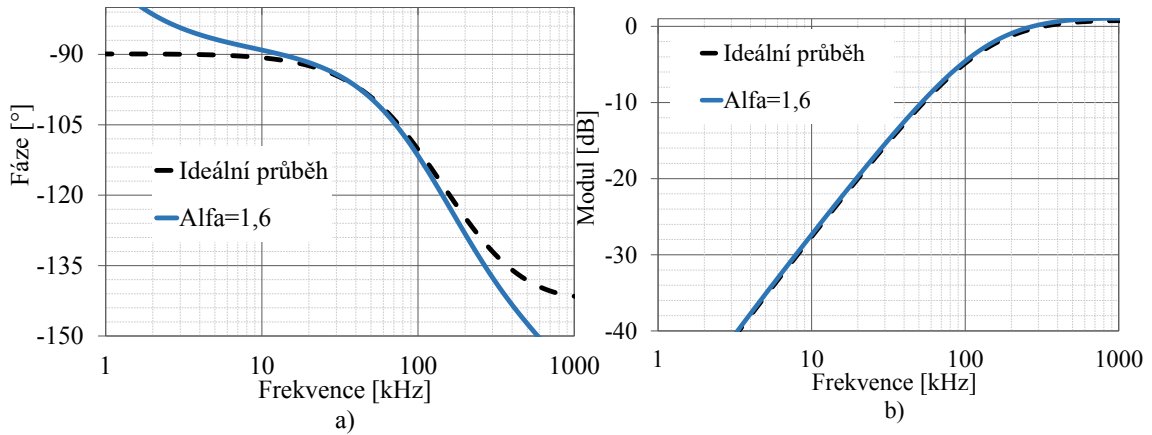
$$Z_{eqC2\alpha C3\alpha} = \frac{Z_1}{Z_{2\alpha} \cdot Z_{3\alpha} \cdot Z_4 \cdot Z_5} = \frac{p^{\alpha+\beta} \cdot C_{2\alpha} \cdot C_{3\beta}}{p \cdot C_1 \cdot g_{m1} \cdot g_{m2}}, \quad (3.19)$$

kde  $\alpha$  a  $\beta$  určují fraktální řád kapacitorů s fraktálním řádem a  $C_{2\alpha}$ ,  $C_{3\beta}$  jsou kapacitory s fraktálním řádem. Z impedanční rovnice vyplývá, že výsledný fraktální řád obvodového řešení bude dán následující jednoduchou operací  $\alpha + \beta - 1$ .

V grafech 3.31, 3.32 a 3.33 jsou zobrazeny fázové a modulové charakteristiky všech tří možných výstupů kmitočtového filtru s obvodovým řešením GIC obsahující prvky fraktálního řádu. Fraktální řády kapacitorů s fraktálním řádem byly zvoleny následovně:  $\alpha = \beta = 0,2$ , tedy výsledný řád obvodu GIC s fraktálním řádem odpovídá řádu 0,6.



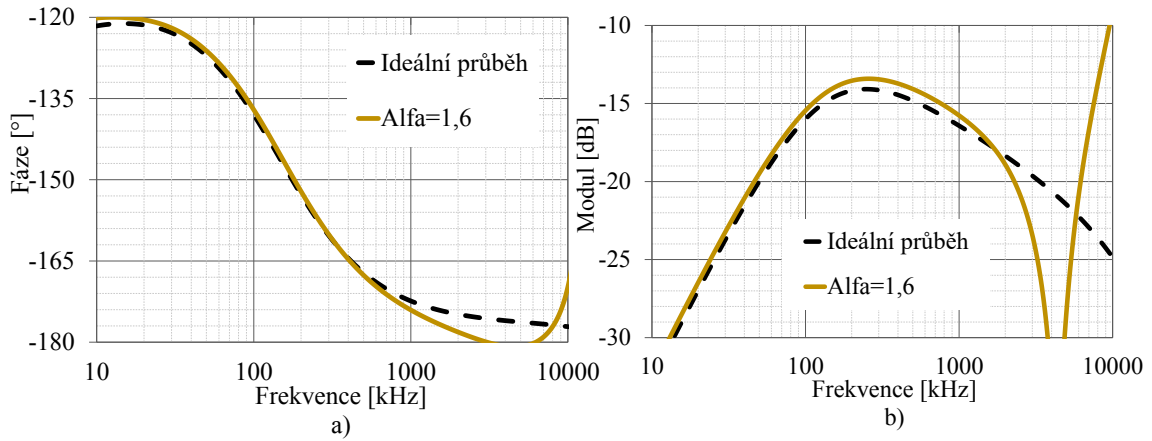
Obr. 3.31: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika kmitočtového filtru obsahující obvod GIC s prvky fraktálního řádu, kde kapacitory  $C_2$ ,  $C_3$  byly zvoleny jako kapacitory s fraktálním řádem, výsledný řád celého obvodu je 1,6, výstup  $I_{DP}$ .



Obr. 3.32: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika kmitočtového filtru obsahující obvod GIC s prvky fraktálního řádu, kde kapacitory  $C_2$ ,  $C_3$  byly zvoleny jako kapacitory s fraktálním řádem, výsledný řád celého obvodu je 1,6, výstup  $I_{iHP}$ .

Z fázových charakteristik je patrná omezenost aktivních součástek při vyšších frekvencích. Strmosti modulových charakteristik pro jednotlivé výstupy jsou následující: 25,7 dB/dek pro dolní propust ( $I_{DP}$ ), 25,61 dB/dek pro invertující horní propust ( $I_{iHP}$ ) a u pásmové propusti z nepropustného pásma po mezní kmitočet  $f_0$  strmost odpovídá 19,31 dB/dek a od mezního kmitočtu k vyšším frekvencím odpovídá strmost hodnotě 8,36 dB/dek.

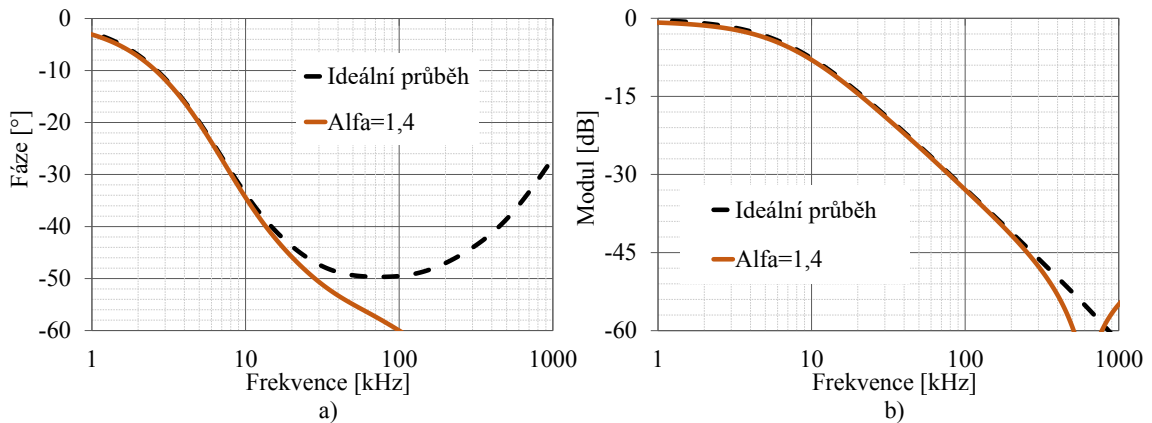
Výsledný řád obvodu u dolní a horní propusti tedy odpovídá hodnotě 1,3, tedy zde nabývá chyba 0,3 řádu. Tato chyba je zapříčiněná především tím, že se blížíme k vyšším frekvencím, kde dochází k omezenosti aktivních součástek, tedy i zkres-



Obr. 3.33: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika kmitočtového filtru obsahující obvod GIC s prvky fraktálního řádu, kde kapacitory  $C_2$ ,  $C_3$  byly zvoleny jako kapacitory s fraktálním řádem, výsledný řád obvodu celého je 1,6, výstup  $I_{PP}$ .

lení výsledků.

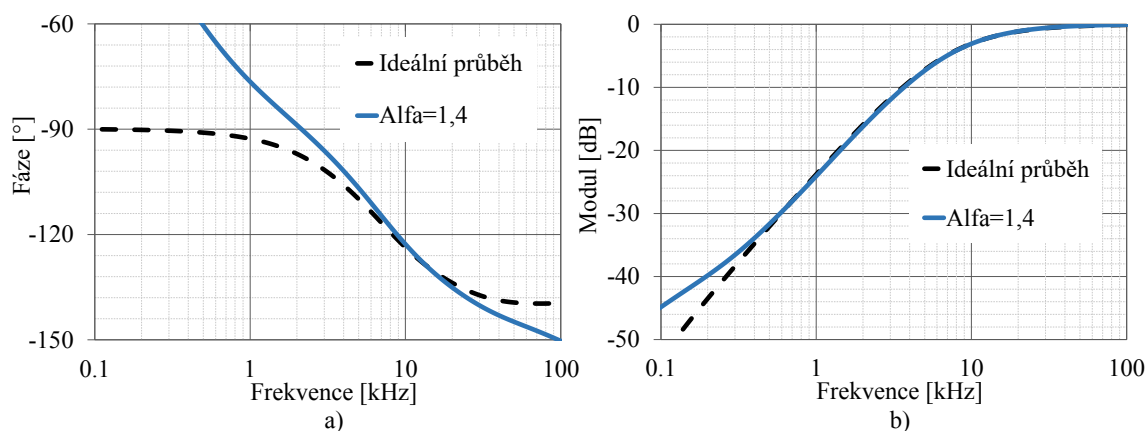
Z tohoto důvodu je zde uvedeno další obvodové řešení, kde mezní kmitočet byl zvolen  $f_0 = 10$  kHz. Fraktální řády  $\alpha$  a  $\beta$  odpovídají hodnotě 0,3 řádu, tedy výsledný řád obvodového řešení GIC s fraktálním řádem odpovídá hodnotě 0,4 řádu. Výsledky simulace jsou uvedeny v grafech viz 3.34, 3.35, 3.36.



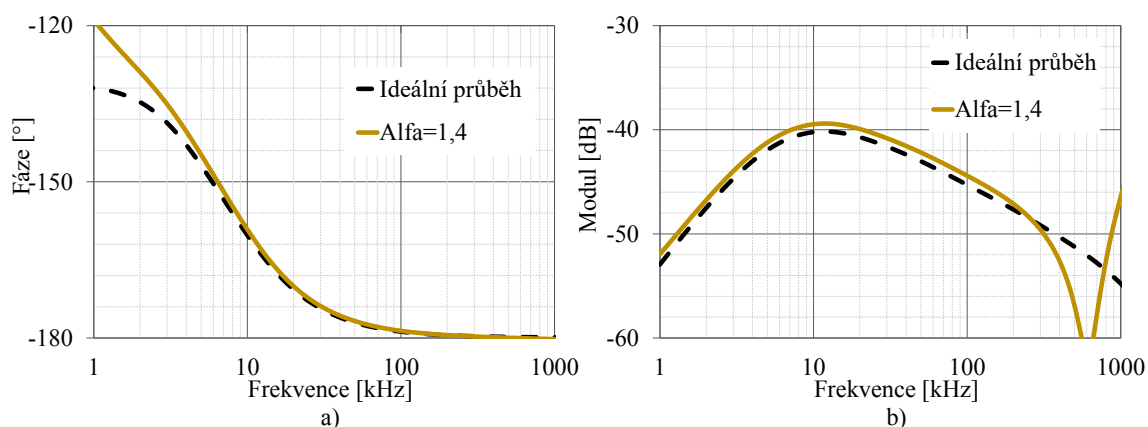
Obr. 3.34: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika kmitočtového filtru obsahující obvod GIC s prvky fraktálního řádu, kde kapacitory  $C_2$ ,  $C_3$  byly zvoleny jako kapacitory s fraktálním řádem, výsledný řád celého obvodu je 1,4 se středovým kmitočtem  $f_0=10$  kHz, výstup  $I_{DP}$ .

Simulace opět proběhly pro tři různé výstupy kmitočtového filtru obsahující obvodové řešení GIC s fraktálním řádem. Strmosti modulových charakteristik při přechodu do nepropustného pásma jsou následující: 27,24 dB/dek pro dolní propust, 29,23 dB/dek pro invertující horní propust a pro pásmovou propust 19,65 dB/dek

z nepropustného pásma po mezní kmitočet  $f_0$  a 8,13 dB/dek od mezního kmitočtu k vyšším kmitočtům. Výsledný řád obvodu tedy odpovídá hodnotám 1,36 pro dolní propust a 1,46 pro invertující horní propust.



Obr. 3.35: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika kmitočtového filtru obsahující obvod GIC s prvky fraktálního řádu, kde kapacitory  $C_2$ ,  $C_3$  byly zvoleny jako kapacitory s fraktálním řádem, výsledný řád celého obvodu je 1,4 se středovým kmitočtem  $f_0=10$  kHz, výstup  $I_{iHP}$ .

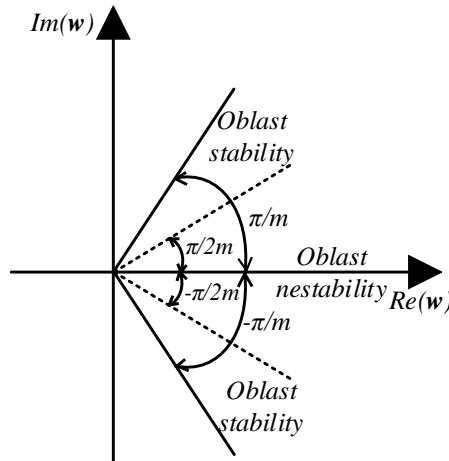


Obr. 3.36: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika kmitočtového filtru obsahující obvod GIC s prvky fraktálního řádu, kde kapacitory  $C_2$ ,  $C_3$  byly zvoleny jako kapacitory s fraktálním řádem, výsledný řád celého obvodu je 1,4 se středovým kmitočtem  $f_0=10$  kHz, výstup  $I_{PP}$ .

### 3.4 Stabilita kmitočtového filtru s fraktálním řádem

Mezi jedny z hlavních analýz obvodu patří určování stability. Stabilita je v mnohých případech velmi důležitou součástí při realizaci obvodů a lze ji aplikovat i na obvody

s fraktálním řádem. Tato analýza je tedy velmi důležitou součástí pro ověření funkčnosti daného obvodu. V případě aplikace postupů na obvod s fraktálním řádem pro zjištění stability daného obvodu je nutné převést komplexní rovinu tzv.  $\mathbf{p}$ -rovinu, na které jsou graficky zobrazeny Laplaceovy transformace, na tzv.  $\mathbf{W}$ -rovinu [59]. K této transformaci dochází za předpokladu, že  $\mathbf{p} = \mathbf{W}^m$ , kde  $m$  je kladné celé číslo [59].



Obr. 3.37: Rozložení  $\mathbf{W}$ -roviny s vyznačením oblasti stability a oblasti nestability.

Fyzická oblast  $\mathbf{W}$ -roviny se pohybuje v rozmezí od  $-\pi/m$  po  $\pi/m$ , tedy v případě, že  $\phi = \arg(\mathbf{w})$  bude ležet mezi těmito hodnotami, pohybujeme se ve fyzické oblasti, kde lze určit, zda je obvod s fraktálním řádem stabilní či nikoli. Tato oblast se následně dělí na oblast stability a nestability. Obvod je stabilní za předpokladu, že  $|\arg(\mathbf{w})| > \pi/2 \cdot m$  a zároveň bude ležet ve fyzické oblasti. Pro výpočet těchto koeficientů byl využit algoritmus v prostředí MATLAB, který je uveden v příloze této diplomové práce viz B. Transformace CE mého navrženého kmitočtového filtru řešeného v kapitole 3.21 z  $\mathbf{p}$ -roviny do  $\mathbf{W}$ -roviny je následující:

$$CE(\mathbf{p})_{1+\alpha} = \mathbf{p}^{1+\alpha} + \mathbf{p} \cdot \frac{g_{m1} \cdot A}{C_{1\alpha}} + \frac{g_{m1} \cdot g_{m2}}{C_{1\alpha} \cdot C_2} = 0, \quad (3.20)$$

$$CE(\mathbf{W}) = (\mathbf{W}^{10})^{1+\alpha} + (\mathbf{W}^{10})^1 \cdot \frac{g_{m1} \cdot A}{C_{1\alpha}} + \frac{g_{m1} \cdot g_{m2}}{C_{1\alpha} \cdot C_2} = 0, \quad (3.21)$$

kde  $\alpha$  udává fraktální řád obvodu,  $\mathbf{p} = \mathbf{W}^m$  a  $m=10$ .

V tomto případě bude kmitočtový filtr s neceločíselným řádem stabilní za předpokladu, že  $\pi/20 < |\phi| < \pi/10$ , tedy některý z příslušných argumentů komplexně sdružených pólů bude ležet ve fyzické oblasti a zároveň v oblasti stability tak jak, je názorně ukázáno na obrázku 3.37. Výsledné komplexně sdružené póly a jejich příslušné

Tab. 3.9: Tabulka vypočtených komplexně sdružených hodnot a jejich příslušných argumentů pro středový kmitočet  $f_0 = 100$  kHz a  $Q=0,707$ , kde  $\alpha=0,2$  a  $0,5$ .

	$\alpha = 0,2$		$\alpha = 0,5$	
x, y	$\mathbf{w}_{x,y}$	$ arg(\mathbf{w}_{x,y}) $	$\mathbf{w}_{x,y}$	$ arg(\mathbf{w}_{x,y}) $
1,2	$-3,577 \pm 0,982j$	2,874	$-3,484 \pm 1,330j$	2,777
3,4	$-2,616 \pm 2,685j$	2,343	$-2,341 \pm 2,902j$	2,250
5,6	$-0,956 \pm 3,672j$	1,825	$-1,324 \pm 4,074j$	1,885
7,8	$0,956 \pm 3,672j$	1,316	$0,188 \pm 3,724j$	1,520
9,10	$2,616 \pm 2,685j$	0,798	$2,037 \pm 3,123j$	0,993
11,12	$3,577 \pm 0,982j$	0,268	$3,465 \pm 2,518j$	0,628
13,14	-	-	$3,600 \pm 0,972j$	0,264
15,-	-	-	-4,283	3,142

Tab. 3.10: Tabulka vypočtených komplexně sdružených hodnot a jejich příslušných argumentů pro  $\alpha = 0,8$  se středovým kmitočtem  $f_0 = 100$  kHz,  $Q=0,707$  a pro řád  $\alpha = 0,4$  se středovým kmitočtem  $f_0 = 10$  kHz,  $Q=0,707$ .

	$\alpha = 0,8$		$\alpha = 0,4$	
x, y	$\mathbf{w}_{x,y}$	$ arg(\mathbf{w}_{x,y}) $	$\mathbf{w}_{x,y}$	$ arg(\mathbf{w}_{x,y}) $
1,2	$-3,642 \pm 0,944j$	2,888	$-3,589 \pm 0,985j$	2,874
3,4	$-3,634 \pm 1,753j$	2,6921	$-3,181 \pm 2,790j$	2,422
5,6	$-2,222 \pm 2,876j$	2,229	$-1,968 \pm 3,370j$	2,099
7,8	$-1,522 \pm 3,873j$	1,945	$-0,000 \pm 3,675j$	1,571
9,10	$-0,000 \pm 3,601j$	1,571	$1,968 \pm 3,370j$	1,043
11,12	$1,522 \pm 3,873j$	1,196	$3,181 \pm 2,790j$	0,720
13,14	$2,222 \pm 2,876j$	0,913	$3,589 \pm 0,985j$	0,268
15,16	$3,634 \pm 1,753j$	0,450	-	-
17,18	$3,642 \pm 0,944j$	0,254	-	-

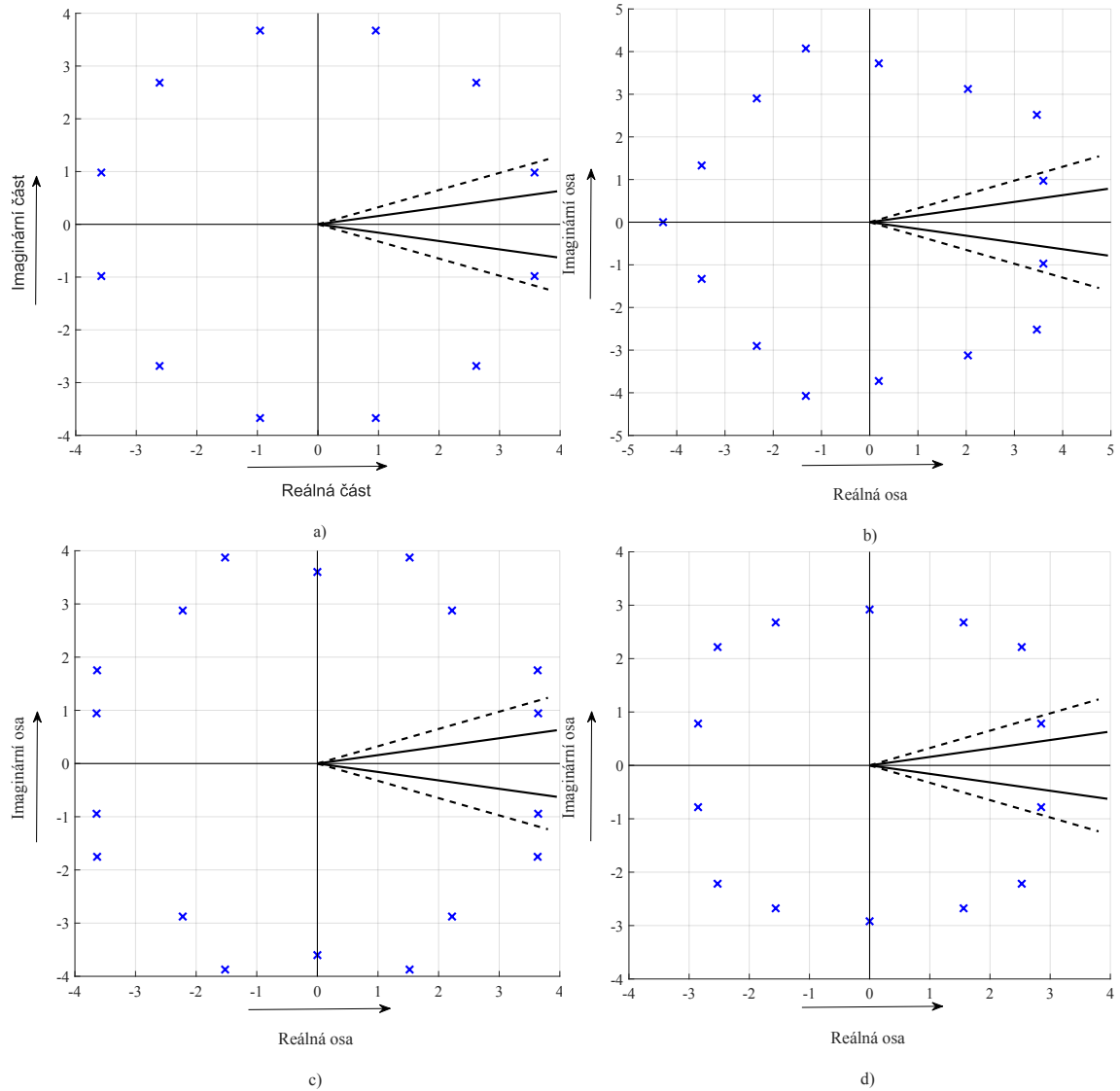
argumenty jsou shrnuty v tabulkách 3.9 a 3.10. Hodnoty byly vypočteny pro čtyři různé fraktální řády obvodu, kde  $\alpha = 0,2, 0,4, 0,5$  a  $0,8$  se středovým kmitočtem  $f_0 = 100$  kHz. Pouze pro hodnotu  $\alpha = 0,4$  středový kmitočet odpovídá 10 kHz.

Z tabulek 3.9, 3.10 lze určit, zda je daný kmitočtový filtr s fraktálním řádem stabilní či nikoli. Podmínkou pro stabilitu tedy bude nalézt sdruženou hodnotu argumentů dle již zmíněné podmínky stability, tedy  $\pi/m > |arg(\mathbf{w})| > \pi/2 \cdot m$ , po dosazení  $0,3142 > |arg(\mathbf{w}_{x,y})| > 0,1571$ . Pro hodnotu  $\alpha = 0,2$  bude řád kmitočtového filtru s fraktálním řádem odpovídat hodnotě 1,2, tuto podmínku splňuje komplexně sdružená dvojice pólů  $\mathbf{w}_{11,12}$  a obvod je tedy stabilní. Podmínku stability splňuje



i dvojice komplexně sdružených pólů  $w_{13,14}$  pro  $\alpha = 0,5$  a řádem obvodu 1,5, dále  $w_{17,18}$  splňuje podmínku stability pro  $\alpha = 0,8$  s řádem obvodu 1,8 a nakonec dvojice komplexně sdružených pólů  $w_{13,14}$  pro hodnotu  $\alpha = 0,4$  s řádem obvodu 1,4.

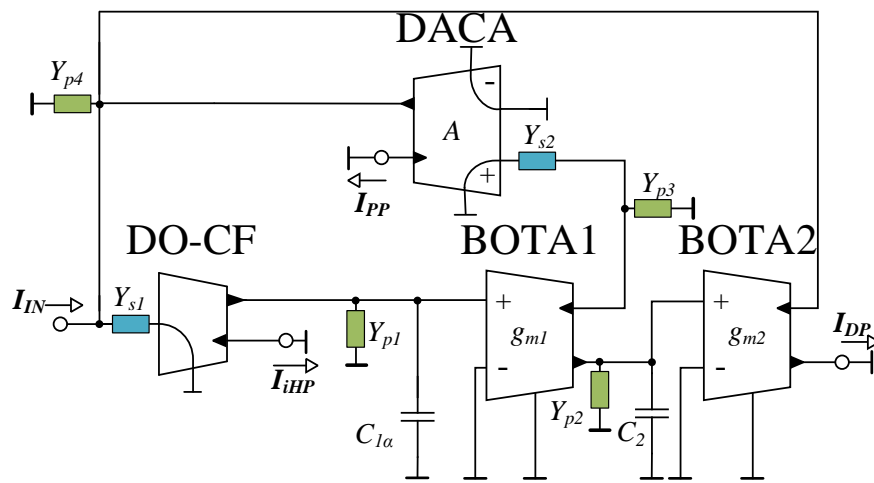
Tyto podmínky stability jsou patrné i z grafů rozložení komplexně sdružených pólů ve  $W$ -rovině viz 3.38, z grafů je patrná obsazenost komplexně sdružených pólů v oblasti stability.



Obr. 3.38: Grafy rozložení komplexně sdružených pólů ve  $W$ -rovině pro čtyři různé hodnoty  $\alpha$ , kde a) řád obvodu činí 1,2 pro  $f_0 = 100$  kHz b) řád obvodu činí 1,5 pro  $f_0 = 100$  kHz c) řád obvodu činí 1,8 pro  $f_0 = 100$  kHz d) řád obvodu činí 1,4 pro  $f_0 = 10$  kHz.

### 3.5 Parazitní analýza kmitočtového filtru s fraktálním řádem

Tato část diplomové práce se zaměřuje na analýzu parazitních jevů, které ovlivňují vlastnosti výstupních funkcí kmitočtového filtru s fraktálním řádem. Na obrázku 3.39 je zobrazeno schéma kmitočtového filtru s fraktálním řádem, ve kterém jsou vyznačeny vstupní a výstupní parazitní admitance. Vstupní parazitní admitance jsou ve schématu označeny modrou barvou a výstupní parazitní admitance jsou označeny zelenou barvou, kde v případě spojení více výstupů aktivních prvků je ve schématu zvolena pouze jedna parazitní admitance v dané větvi.



Obr. 3.39: Schéma kmitočtového filtru s fraktálním řádem a vyznačenými parazitními vstupními a výstupními admitancemi.

Jednotlivé výstupní parazitní admitance lze popsat následujícími rovnicemi:

$$Y_{p1} = G_{p1} + pC_{p1} = \frac{1}{R_{OUT\_DO-CF}} + pC_{OUT\_DO-CF}, \quad (3.22)$$

$$Y_{p2} = G_{p2} + pC_{p2} = \frac{1}{R_{OUT\_BOTA1}} + pC_{OUT\_BOTA1}, \quad (3.23)$$

$$Y_{p3} = Y_{p2} = \frac{1}{R_{OUT\_BOTA1}} + pC_{OUT\_BOTA1}, \quad (3.24)$$

$$Y_{p2} = G_{p2} + pC_{p2} = \frac{1}{R_{OUT\_BOTA1}} + pC_{OUT\_BOTA1}, \quad (3.25)$$

$$Y_{p3} = Y_{p2} = \frac{1}{R_{OUT\_BOTA1}} + pC_{OUT\_BOTA1}, \quad (3.26)$$

$$Y_{p4} = G_{p4} + \mathbf{p}C_{p4} = \frac{1}{R_{OUT\_BOTA2}} + \frac{1}{R_{OUT\_DACA}} + \mathbf{p}(C_{OUT\_BOTA1} + C_{OUT\_DACA}). \quad (3.27)$$

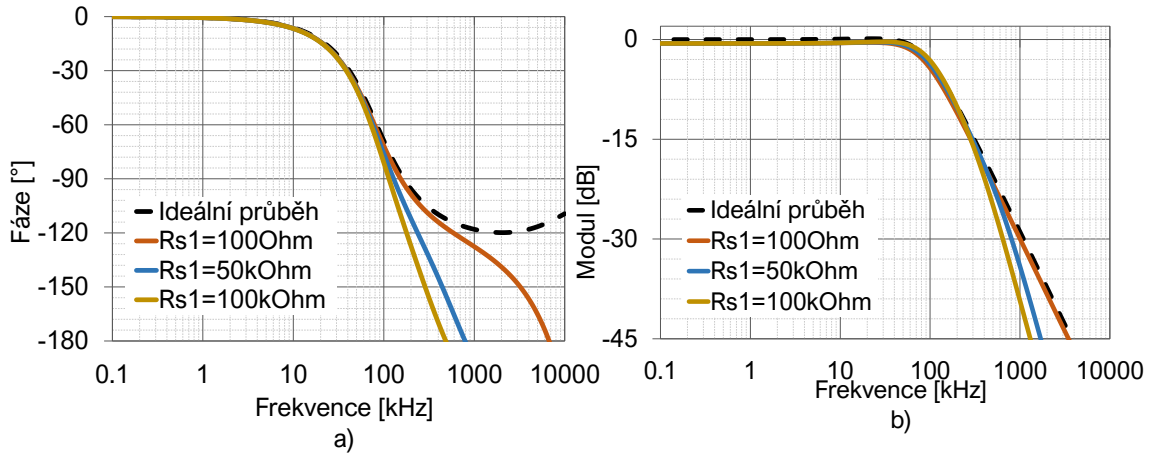
Parazitní admitance, které jsou na vstupních svorkách použitých aktivních elementů jsou popsány následovně:

$$Y_{s1} = G_{p1} + \mathbf{p}C_{p1} = \frac{1}{R_{IN\_DO-CF}} + \mathbf{p}C_{IN\_DO-CF}, \quad (3.28)$$

$$Y_{s2} = G_{p1} + \mathbf{p}C_{p1} = \frac{1}{R_{IN\_DACA}} + \mathbf{p}C_{IN\_DACA}. \quad (3.29)$$

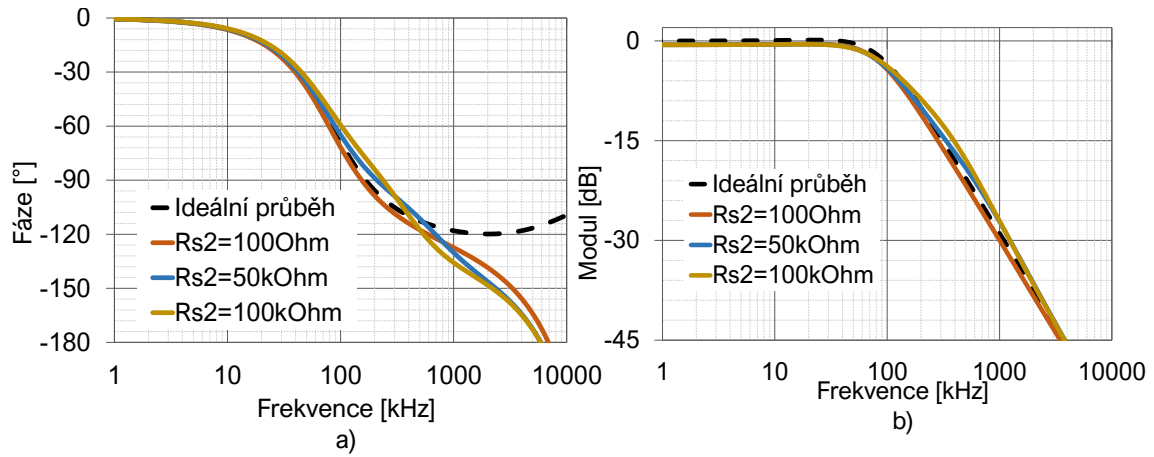
Vlastnosti použitých aktivních prvků, tedy vstupní a výstupní impedance vnitřních zapojení, jsou následující: pro prvek DO-CF byl realizován pomocí UCC, kde vstupní  $R_{IN} = 0,7 \Omega$ ,  $C_{IN} = 2 \text{ pF}$ ,  $R_{OUT} = 700 \text{ k}\Omega$ ,  $C_{OUT} = 5 \text{ pF}$ , pro DACA  $R_{IN} = 2 \Omega$ ,  $C_{IN} = 2 \text{ pF}$ ,  $R_{OUT} = 100 \text{ k}\Omega$ ,  $C_{OUT} = 5 \text{ pF}$ , pro konstrukci prvku BOTA bylo opět využito univerzálního proudového konveju UCC, kde v tomto případě jsou parametry  $R_{IN} = 4,4 \text{ M}\Omega$ ,  $C_{IN} = 3 \text{ pF}$ ,  $R_{OUT} = 700 \text{ k}\Omega$ ,  $C_{OUT} = 5 \text{ pF}$  [62].

Parazitní analýza kmitočtového filtru s fraktálním řádem, kde kapacitor  $C_{1\alpha}$  je kapacitor s fraktálním řádem o hodnotě  $\alpha = 0,5$ , proběhla pro tři typy výstupů, a to dolní, invertující horní a pásmová propust. V případě výstupu typu dolní pro-

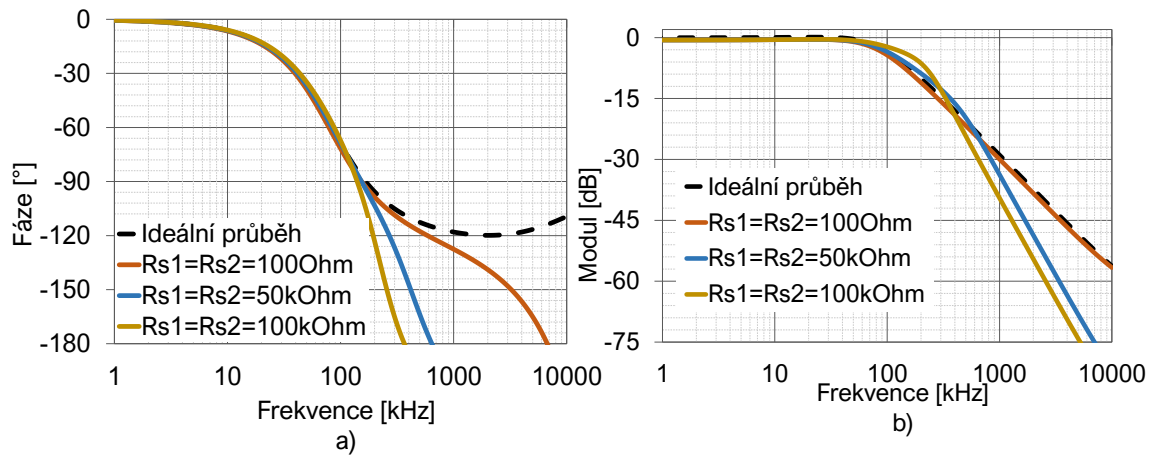


Obr. 3.40: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika závislosti kmitočtového filtru s fraktálním řádem na velikosti parazitní admitance  $R_{s1}$ , výstup  $I_{DP}$ .

pust byly zjištěny závislosti obvodu při změně velikost parazitních admitancí  $R_{s1}$  a  $R_{s2}$ . Závislost při změně hodnoty odporu u parazitního odporu  $R_{s1}$  je zobrazena v grafech 3.40. Z grafů je patrné, že při zvyšování vstupní parazitní admitance dochází ke vzniku zkreslení výstupu oproti ideálnímu průběhu na vyšších frekvencích. Nepatrné změny chování vlastností si lze povšimnout i při změně parazitního odporu  $R_{s2}$ , které jsou vidět v charakteristikách viz 3.41.



Obr. 3.41: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika závislosti kmitočtového filtru s fraktálním řádem na velikosti parazitní admittance  $R_{s2}$ , výstup  $I_{DP}$ .

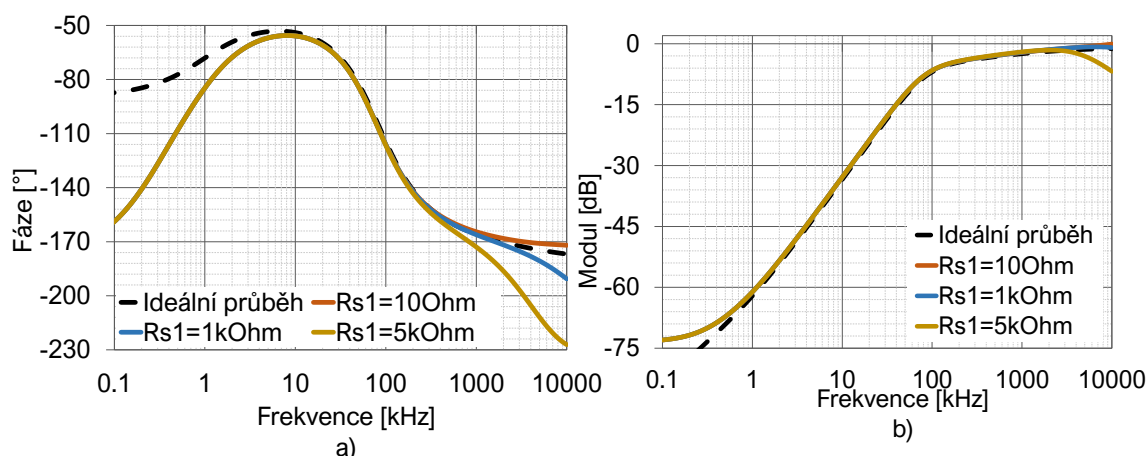


Obr. 3.42: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika závislosti kmitočtového filtru s fraktálním řádem na velikosti parazitních odporů  $R_{s1}$ ,  $R_{s2}$ , výstup  $I_{DP}$ .

V případě působení obou těchto parazitních odporů  $R_{s1}$  a  $R_{s2}$  dochází ke kombinaci těchto parazitních působení a dochází k dalším změnám, které jsou pozorovatelné na fázové i modulové charakteristice viz 3.42. Negativní závislost na parazitních kapacitách zde byla minimální. Parazitní admittance se na výstupní sorce  $I_{DP}$  neprojevila.

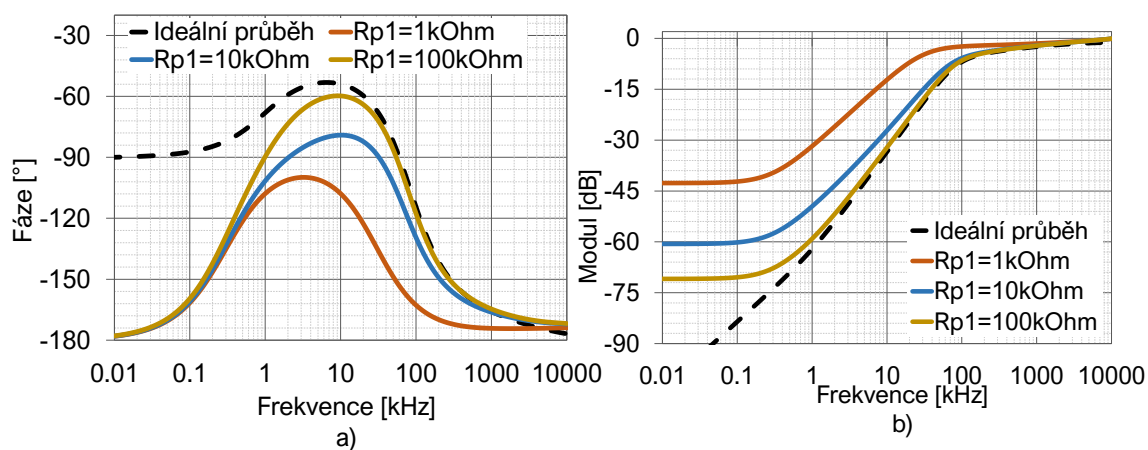
Dalším zkoumaným výstupem byla invertující horní propust, kde byla zjištěna závislost na výstupních parazitních odporech  $R_{p1}$ ,  $R_{p2}$  a vstupním parazitním odporem  $R_{s1}$ . V případě závislosti vstupního parazitního odporu  $R_{s1}$ , která je zobrazena v grafu 3.43, je patrná závislost u vyšších frekvencích, kde se zvyšující se hodnotou parazitního odporu  $R_{s1}$  dochází k deformaci na vyšších frekvencích. Tento parazitní

jev je viditelný od frekvence 1 MHz.

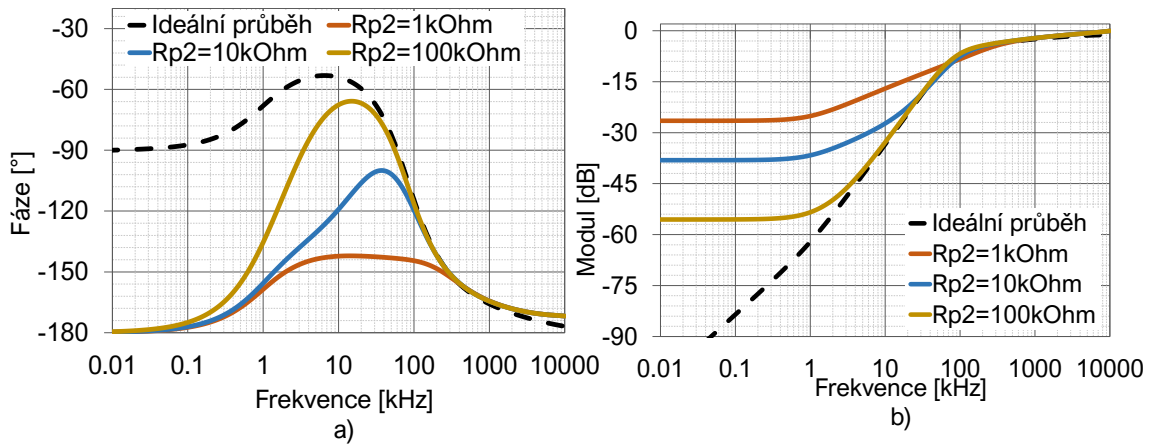


Obr. 3.43: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika závislosti kmitočtového filtru s fraktálním řádem na velikosti parazitního odporu  $R_{s1}$ , výstup  $I_{iHP}$ .

Grafy fázových a modulových charakteristik 3.44 a 3.45 popisují závislost výstupu typu invertující horní propust ( $I_{iHP}$ ) na výstupních parazitních odporech, které jsou  $R_{p1}$  a  $R_{p2}$ . Z grafů je patrná značná závislost při nižších kmitočtech, kde s klesající hodnotou odporů dochází k projevům parazitních jevů. Je tedy zřejmé, že výstupní odpor by se měl pro získání nejpřesnějších charakteristik, v ideálním případě, blížit k nekonečnu. Zároveň je z grafů patrné, že závislost na parazitách je u výstupu typu invertující horní propust citlivější v případě působení parazit  $R_{p2}$ . Závislost parazitních odporů na výstupu typu invertující horní propust kmitočtového filtru s fraktálním řádem nebyla pozorována.

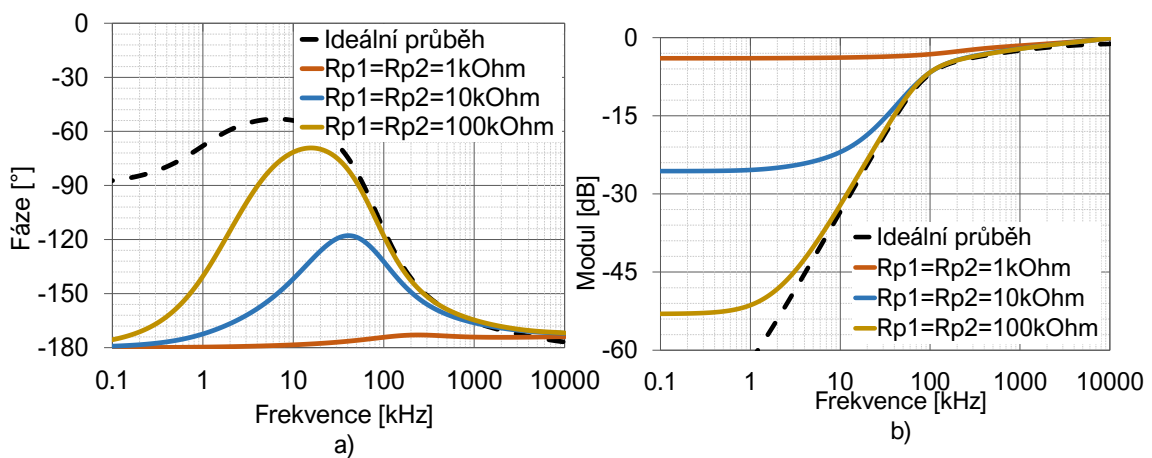


Obr. 3.44: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika závislosti kmitočtového filtru s fraktálním řádem na velikosti parazitního odporu  $R_{p1}$ , výstup  $I_{iHP}$ .



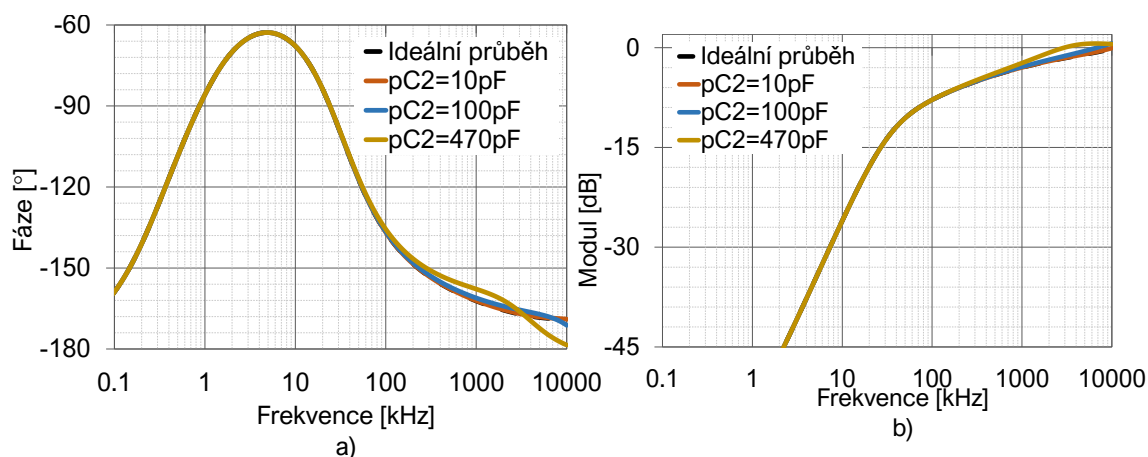
Obr. 3.45: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika závislosti kmitočtového filtru s fraktálním řádem na velikosti parazitního odporu  $R_{p2}$ , výstup  $I_{iHP}$ .

Vzájemné působení těchto parazitních odporů je zobrazeno v grafech fázové a modulové charakteristiky viz 3.46, kde je patrné zvýšení účinnosti parazitních jevů. U výstupu invertující horní propust byla pozorována i malá závislost na parazitní kapacitě  $C_2$ , ta je ukázána na obrázku 3.47. Tato parazitní vlastnost byla pozorována při vyšších kmitočtech.

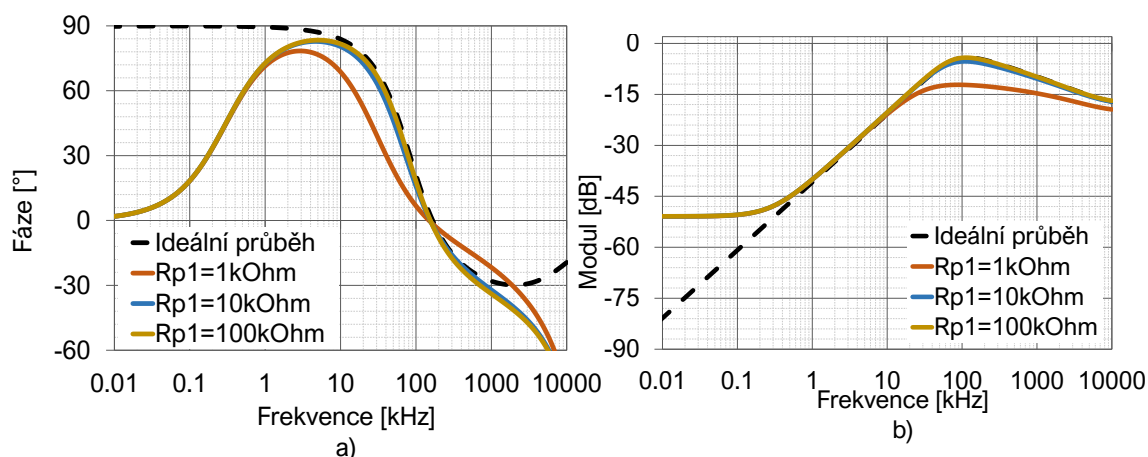


Obr. 3.46: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika závislosti kmitočtového filtru s fraktálním řádem na velikosti parazitních odporů  $R_{p1}$ ,  $R_{p2}$ , výstup  $I_{iHP}$ .

Posledním zkoumaným typem propusti kmitočtového filtru s fraktálním řádem byla pásmová propust. Je zřejmé, že parazitní odpory zde budou působit více než u předchozích typů výstupů. Na pásmovou propust působí oba vstupní parazitní odpory a dva výstupní parazitní odpory  $R_{p1}$ ,  $R_{p2}$ . Grafy 3.48, 3.49 popisují závislost výstupu na změně výstupních parazitních odporů. V případě změny parazitního



Obr. 3.47: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika závislosti kmitočtového filtru s fraktálním řádem na velikosti parazitní kapacity  $C_2$ , výstup  $I_{iHP}$ .

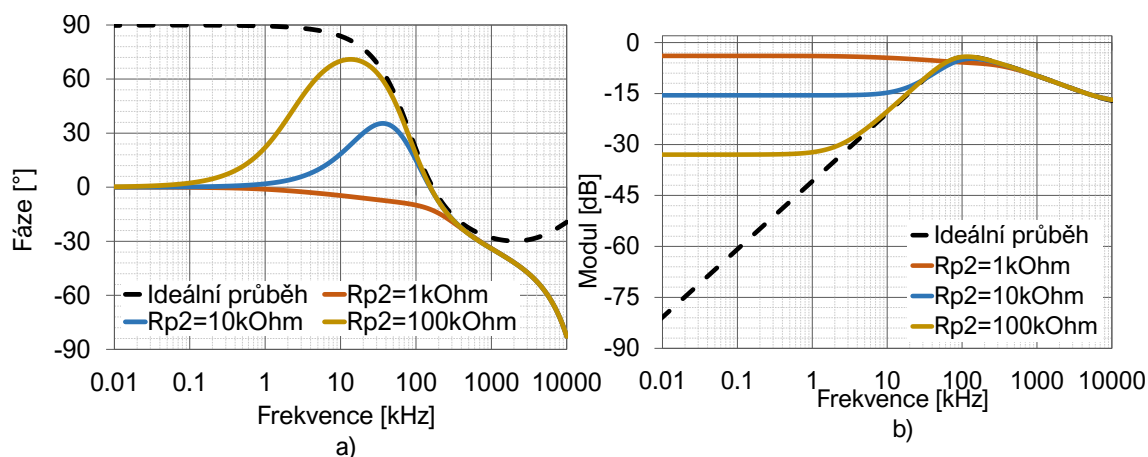


Obr. 3.48: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika závislosti kmitočtového filtru s fraktálním řádem na velikosti parazitního odporu  $R_{p1}$ , výstup  $I_{PP}$ .

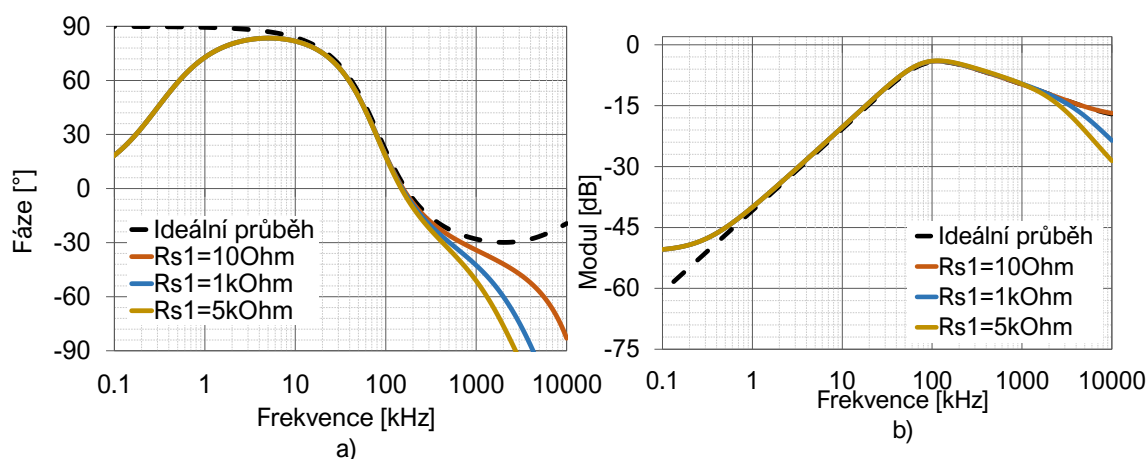
odporu  $R_{p1}$  dochází k určitému útlumu pásmové propusti na středovém kmitočtu, kde se zvyšujícími hodnotami parazitního odporu  $R_{p1}$  dochází k získání přesnějších výsledků. V případě změny parazitního odporu  $R_{p2}$  dochází ke zkreslení signálu při kmitočtech nižších než je středový kmitočet obvodu, opět je v tomto případě patrné, že se zvyšující se hodnotou parazitního odporu  $R_{p2}$  dochází k získání přesnějších výsledků. Vlivy parazitních kapacit se v tomto případě výrazně neprojeví.

V případě působení vstupních parazitních odporů, dochází k projevu parazit při vyšších frekvencích, konkrétně v okolí 1 MHz. Z výsledných grafů popisujících tuto závislost viz 3.50, 3.51 je patrné, že při vzrůstající hodnotě parazitního odporu





Obr. 3.49: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika závislosti kmitočtového filtru s fraktálním řádem na velikosti parazitního odporu  $R_{p2}$ , výstup  $I_{PP}$ .



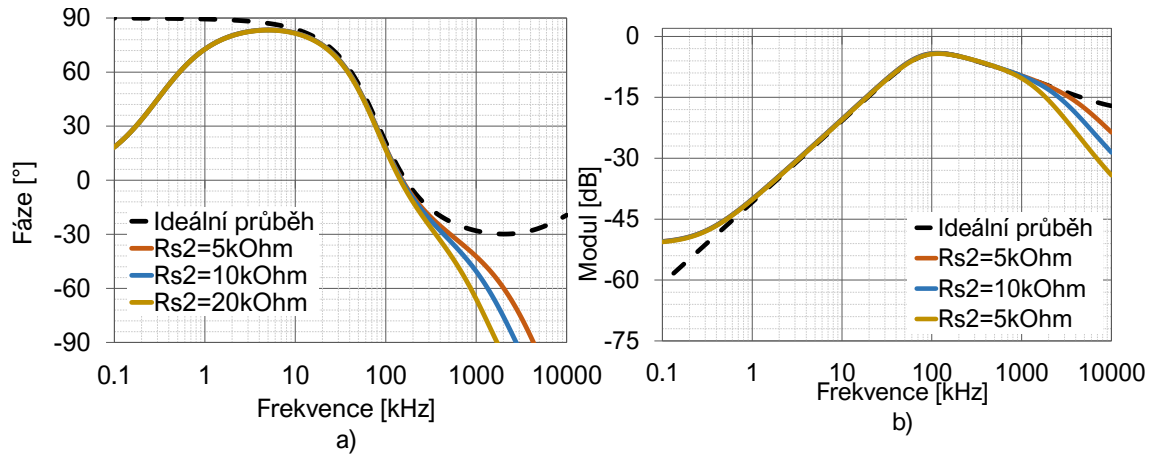
Obr. 3.50: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika závislosti kmitočtového filtru s fraktálním řádem na velikosti parazitního odporu  $R_{s1}$ , výstup  $I_{PP}$ .

$R_{s1}$  nebo  $R_{s2}$  dochází k projevu těchto parazitních jevů. Z fázových a modulových charakteristik je patrná vyšší závislost při zvyšování parazitního odporu  $R_{s2}$ . Vliv parazitních odporů na výstupu kmitočtového filtru s fraktálním řádem, typu pásmová propust, nebyl pozorován.

Z výše popsaných výsledků je patrné, že parazitní analýza je velmi důležitou součástí při návrhu obvodů obsahující aktivní prvky, kde lze z předběžných simulací získat závislosti obvodu na daných parazitních admitancích. Tím lze eliminovat například nevhodnou volbu aktivních prvků do obvodů.

Pomocí této analýzy lze při volbě pasivních součástek v obvodu eliminovat projevy parazitních jevů, jako jsou kupříkladu sériové, či paralelní parazitní jevy. Z před-





Obr. 3.51: Fázová (a) a modulová (b) charakteristika závislosti kmitočtového filtru s fraktálním řádem na velikosti parazitního odporu  $R_{s2}$ , výstup  $I_{PP}$ .

chozích simulací je patrné, že sériové parazitní jevy ovlivňují výstup kmitočtového filtru s fraktálním řádem při vyšších frekvencích, naopak paralelní parazitní jevy ovlivňují výstup na nižších kmitočtech.

## 4 Závěr

Diplomová práce se zaměřuje na problematiku konvertorů impedance obsahující kapacitor s fraktálním řádem.

Problematika byla prostudována a následně zpracována v teoretickou část, která se zaměřuje na jednotlivé metody návrhu elementů s fraktálním řádem, včetně detailnějšího popisu a odsimulování vícevrstvých pravidelných struktur emulující vlastnosti fraktálního elementu. Dále byla popsána jednotlivá obvodová řešení, kde lze využít těchto elementů s fraktálním řádem. V rámci teoretické části byly popsány použité aktivní prvky včetně jejich simulačních a náhradních modelů.

Pomocí programu SNAP byly navrženy dva obvody konvertující impedanci (GIC), které byly pomocí simulačního programu OrCad odsimulovány, analyzovány a popsány. Popsána byla jednotlivá využití těchto obvodů. Zjištěny byly závislosti obvodů na změnách hodnot pasivních součástek.

Do těchto obvodových řešení byly následně implementovány elementy s fraktálním řádem. Tyto elementy byly navrženy za pomoci kapacitoru s fraktálním řádem, který byl emulován pomocí RC struktury typu Foster I a aproximační metody. Aproximace bylo dosaženo pomocí dostupného kódu v prostředí MATLAB pro tři různé hodnoty  $\alpha$  se středovým kmitočtem 100 kHz. Obvodová řešení GIC s fraktálním řádem byla analyzována a odsimulována. Zmíněna byla jednotlivá zapojení pro získání popisu impedance kapacitoru s fraktálním řádem, ale i impedance induktorové součástky s fraktálním řádem. V této části byly popsány chyby, které vznikly na středovém kmitočtu.

V této diplomové práci byla vytipována filtrační struktura s fraktálním řádem, která byla modifikována na středový kmitočet 100 kHz, následně analyzována a odsimulována. Výstupem byly grafy fázové a modulové charakteristiky pro tři možné výstupy:  $I_{DP}$ ,  $I_{HP}$  a  $I_{PP}$ . Simulace proběhla za pomoci dostupných simulačních modelů aktivních prvků. Tato filtrační struktura byla doplněna obvodem GIC fraktálního řádu namísto kondenzátoru  $C_{1\alpha}$ . Obvod GIC fraktálního řádu byl zvolen tak, aby jeho výsledná impedance měla kapacitní charakter. Simulace proběhly pro tři různé hodnoty  $\alpha$  pro ideální i reálné obvodové komponenty. Výstupem této části bylo ověření funkčnosti daného obvodu. Z výsledných grafů byla patrná lepší kompenzace a tím možnost zlepšit vlastnosti obvodu.

Následně tato filtrační struktura byla analyzována z pohledu stability a vlivu parazitních vlastností. Analýza stability obvodu je velice důležitou součástí z pohledu ověření funkce obvodu. Tato analýza proběhla pro čtyři hodnoty  $\alpha$ .

Další dodatečnou analýzou byla parazitní analýza kmitočtového filtru s fraktálním řádem, kde byl analyzován vliv parazitních vlastností jednotlivých vstupů a výstupů aktivních prvků. Tato analýza proběhla pro kmitočtový filtr s fraktálním

řádem  $\alpha=0,5$ . Z této analýzy byla zjištěna závislost sériových a paralelních admittančních parazit, kde sériové parazity ovlivňovaly výstupy při vyšších frekvencích a naopak paralelní parazity ovlivňovaly výstupní funkce obvodu při nižších frekvencích.

# Literatura

- [1] MORELES, Miguel Angel and Rafael LAINEZ. 2017. *Mathematical modelling of fractional order circuit elements and bioimpedance applications. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation [online]*. **46**, 81-88. Dostupné také z <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1007570416303598>
- [2] XUE, Dingyu, Chunna ZHAO and Yangquan CHEN. 2006. A Modified Approximation Method of Fractional Order System. 2006 *International Conference on Mechatronics and Automation [online]*. IEEE, , 1043-1048. Dostupné také z <https://ieeexplore.ieee.org/document/4026229/>
- [3] FATMAWATI, Endrik Mifta SHAIFUL a Mohammad Imam UTOYO. *A Fractional-Order Model for HIV Dynamics in a Two-Sex Population*. International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences. 2018, 2018, 1-11. DOI: 10.1155/2018/6801475. ISSN 0161-1712. Dostupné také z: <https://www.hindawi.com/journals/ijmms/2018/6801475/>
- [4] ORTIGUEIRA, Manuel. 2008. *An introduction to the fractional continuous-time linear systems: the 21st century systems. IEEE Circuits and Systems Magazine [online]*. **8**(3), 19-26. Dostupné také z <http://ieeexplore.ieee.org/document/4609961/>
- [5] DALIR, Mehdi; BASHOUR, Majid. *Applications of fractional calculus*. Applied Mathematical Sciences, 2010, 4.21: 1021-1032.
- [6] DORČÁK, Lubomír, Juraj VALSA, Emmanuel GONZALEZ, Ján TERPÁK, Ivo PETRÁŠ a Ladislav PIVKA. *Analogue Realization of Fractional-Order Dynamical Systems*. Entropy. 2013, 15(12), 4199-4214. DOI: 10.3390/e15104199. ISSN 1099-4300. Dostupné také z: <http://www.mdpi.com/1099-4300/15/10/4199>
- [7] HAMED, Esraa M., Amr M. ABDELATY, Lobna A. SAID a Ahmed G. RADWAN. *Effect of Different Approximation Techniques on Fractional-Order KHN Filter Design*. Circuits, Systems, and Signal Processing. 2018, 37(12), 5222-5252. DOI: 10.1007/s00034-018-0833-5. ISSN 0278-081X. Dostupné také z: <http://link.springer.com/10.1007/s00034-018-0833-5>
- [8] HABA, T. Cisse, G. ABLART, F. OLIVIE a T. CAMPS. Influence of the electrical parameters on the input impedance of a fractal structure realised on silicon. *Chaos, Solitons and Fractals [online]*. 2005, , 479-490 [cit. 2019-11-06]. Dostupné z: <http://www.sciencedirect.com>

- [9] HABA, T. Cisse, Georges L. LOUM a G. ABLART. *An analytical expression for the input impedance of a fractal tree obtained by a microelectronic process and experimental measurements of its non-integral dimension [online]*. 2006, , 364-373 [cit. 2019-11-06].
- [10] CHEN, Yongping a Ping CHENG. Heat transfer and pressure drop in fractal tree-like microchannel nets. *International Journal of Heat and Mass Transfer [online]*. 2002, **45**(13), 2643-2648 [cit. 2019-12-21]. DOI: 10.1016/S0017-9310(02)00013-3. ISSN 00179310. Dostupné z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0017931002000133>
- [11] TRIPATHY, Madhab Chandra, Debasmita MONDAL, Karabi BISWAS and Siddhartha SEN. 2015. *Experimental studies on realization of fractional inductors and fractional-order bandpass filters*. International Journal of Circuit Theory and Applications [online]. **43**(9), 1183-1196. Dostupné také z <http://doi.wiley.com/10.1002/cta.2004>
- [12] JERABEK, Jan, Roman SOTNER, Jan DVORAK, Josef POLAK, David KUBANEK, Norbert HERENCŠAR and Jaroslav KOTON. 2017. *Reconfigurable Fractional-Order Filter with Electronically Controllable Slope of Attenuation, Pole Frequency and Type of Approximation*. Journal of Circuits, Systems and Computers [online]. **26**(10). Dostupné také z <https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/S0218126617501572>
- [13] ELWY, Omar, Somia H. RASHAD, Lobna A. SAID and Ahmed G. RADWAN. 2018. *Comparison between three approximation methods on oscillator circuits*. *Microelectronics Journal [online]*. **81**, 162-178. Dostupné také z <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0026269218300429>
- [14] ADHIKARY, Avishek, Munmun KHANRA, Jayanta PAL and Karabi BISWAS. 2017. *Realization of Fractional Order Elements*. *INAE Letters [online]*. **2**(2), 41-47. Dostupné také z <http://link.springer.com/10.1007/s41403-017-0020-1>
- [15] TSIRIMOKOU, Georgia. 2017. *A systematic procedure for deriving RC networks of fractional-order elements emulators using MATLAB*. *AEU - International Journal of Electronics and Communications [online]*. **78**, 7-14. Dostupné také z <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1434841117305800>
- [16] SKOVRANEK, Tomas, Michal MACIAS, Dominik SIEROCIUK, Wiktor MALESZA, Andrzej DZIELINSKI, Igor PODLUBNY, Jana POCŠOVA a Ivo PETRAS, 2019. Anomalous diffusion modeling using ultracapacitors in domino ladder circuit. *Microelectronics Journal [online]*. **84**, 136-141 [cit.

- 2019-11-06]. DOI: 10.1016/j.mejo.2019.01.005. ISSN 00262692. Dostupné z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0026269218309194>
- [17] GOYAL, Divya a Pragya VARSHNEY, 2017. CCII and RC fractance based fractional order current integrator. *Microelectronics Journal [online]*. **65**, 1-10 [cit. 2019-11-06]. DOI: 10.1016/j.mejo.2017.05.002. ISSN 00262692. Dostupné z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0026269217300897>
- [18] SIEROCIUK, Dominik, Igor PODLUBNY a Ivo PETRAS. Experimental Evidence of Variable-Order Behavior of Ladders and Nested Ladders. *IEEE Transactions on Control Systems Technology [online]*. 2013, 1993, **21**(2), 459-466 [cit. 2019-11-06]. DOI: 10.1109/TCST.2012.2185932. ISSN 1063-6536. Dostupné z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/6153039/>
- [19] VINAGRE, B. M., *Some approximations of fractional order operators used in control theory and applications*. Fractional calculus and applied analysis, 2000, 3.3: 231-248
- [20] CARLSON, G. and C. HALIJAK. *Approximation of Fractional Capacitors(1/s)(1/n)by a Regular Newton Process*. 1964. IEEE Transactions on Circuit Theory [online]. **11**(2), 210-213. Dostupné také z <http://ieeexplore.ieee.org/document/1082270/>
- [21] SHRIVASTAVA, Nitisha and Pragya VARSHNEY. 2015. *Rational approximation of fractional order systems using Carlson method. 2015 International Conference on Soft Computing Techniques and Implementations (ICSCTI) [online]*. IEEE, , 76-80. Dostupné také z <http://ieeexplore.ieee.org/document/7489568/>
- [22] MATSUDA, Khoichi and Hironori FUJII. 1993. *H(infinity) optimized wave-absorbing control - Analytical and experimental results. Journal of Guidance, Control, and Dynamics [online]*. **16**(6), 1146-1153. Dostupné také z <http://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.21139>
- [23] YUCE, Ali, Furkan N. DENIZ and Nusret TAN. 2017. *A New Integer Order Approximation Table for Fractional Order Derivative Operators. IFAC-PapersOnLine [online]*. 50(1), 9736-9741. Dostupné také z <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S240589631732846X>
- [24] OUSTALOUP, A., F. LEVRON, B. MATHIEU a F.M. NANOT. *Frequency-band complex noninteger differentiator: characterization and synthesis*. IEEE

- Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications [online]. 1992-2003, **47**(1), 25-39 [cit. 2019-11-20]. DOI: 10.1109/81.817385. ISSN 10577122. Dostupné z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/817385/>
- [25] TAN, Nusret, Derek P. ATHERTON and Ali YÜCE. 2015. *Methods for computing the time response of fractional-order systems* [online]. **9**(6), 817-830. Dostupné také z <https://digital-library.theiet.org/content/journals/10.1049/iet-cta.2014.0354>
- [26] GAO, Zhe and Xiaozhong LIAO. 2012. *Improved Oustaloup approximation of fractional-order operators using adaptive chaotic particle swarm optimization*. *Journal of Systems Engineering and Electronics* [online]. **23**(1), 145-153. Dostupné také z <http://ieeexplore.ieee.org/document/6161706/>
- [27] OPRZEDKIEWICZ, Krzysztof, Wojciech MITKOWSKI and Edyta GAWIN. 2016. *An Estimation of Accuracy of Oustaloup Approximation. Challenges in Automation, Robotics and Measurement Techniques* [online]. Cham: Springer International Publishing, 299-307. Advances in Intelligent Systems and Computing. Dostupné také z [http://link.springer.com/10.1007/978-3-319-29357-8\\_27](http://link.springer.com/10.1007/978-3-319-29357-8_27)
- [28] FREEBORN, Todd J., Ahmed S. ELWAKIL and Brent MAUNDY. 2016. *Approximated Fractional-Order Inverse Chebyshev Lowpass Filters*. *Circuits, Systems, and Signal Processing* [online]. **35**(6), 1973-1982. Dostupné také z <http://link.springer.com/10.1007/s00034-015-0222-2>
- [29] ELWAKIL, Ahmed. 2010. *Fractional-Order Circuits and Systems: An Emerging Interdisciplinary Research Area*. *IEEE Circuits and Systems Magazine* [online]. **10**(4), 40-50. Dostupné také z <http://ieeexplore.ieee.org/document/5642494/>
- [30] SOLTAN, A., A.G. RADWAN and Ahmed M. SOLIMAN. 2012. *Fractional order filter with two fractional elements of dependant orders*. *Microelectronics Journal* [online]. **43**(11), 818-827. Dostupné také z <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0026269212001437>
- [31] BERTSIAS, P., C. PSYCHALINOS, A. S. ELWAKIL and B. J. MAUNDY. 2019. Simple Multi-Function Fractional-Order Filter Designs. 2019 *8th International Conference on Modern Circuits and Systems Technologies (MOCAST)* [online]. IEEE, , 1-4. Dostupné také z <https://ieeexplore.ieee.org/document/8741674/>
- [32] HÁJEK, Karel a Jiří SEDLÁČEK. Kmitočtové filtry. Praha: BEN - technická literatura, 2002. ISBN 80-7300-023-7.

- [33] ELWAKIL, A.S., A. AGAMBAYEV, A. ALLAGUI and K.N. SALAMA. 2017. *Experimental demonstration of fractional-order oscillators of orders 2.6 and 2.7 [online]*. **96**, 160-164. Dostupné také z <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0960077917300231>
- [34] ELWY, Omar, Somia H. RASHAD, Lobna A. SAID and Ahmed G. RADWAN. 2018. *Comparison between three approximation methods on oscillator circuits. Microelectronics Journal [online]*. **81**, 162-178. Dostupné také z <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0026269218300429>
- [35] SAID, Lobna A., Ahmed G. RADWAN, Ahmed H. MADIAN and Ahmed M. SOLIMAN. 2015. *Fractional order oscillators based on operational transresistance amplifiers. AEU - International Journal of Electronics and Communications [online]*. **69**(7), 988-1003. Dostupné také z <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1434841115000801>
- [36] RADWAN, Ahmed Gomaa, Ahmed S. ELWAKIL and Ahmed M. SOLIMAN. 2008. *Fractional-order sinusoidal oscillators: Design procedure and practical examples. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers [online]*. **55**(7), 2051-2063. Dostupné také z <http://ieeexplore.ieee.org/document/4448966/>
- [37] MAUNDY, Brent, Ahmed ELWAKIL and Stephan GIFT. 2012. On the Realization of Multiphase Oscillators Using Fractional-Order Allpass Filters. *Circuits, Systems, and Signal Processing [online]*. **31**(1), 3-17. Dostupné také z <http://link.springer.com/10.1007/s00034-010-9235-z>
- [38] REZA, Mohammad and Abbas NEMATI. 2011. *On Fractional-Order PID Design. Applications of MATLAB in Science and Engineering [online]*. InTech. Dostupné také z <http://www.intechopen.com/books/applications-of-matlab-in-science-and-engineering/on-fractional-order-pid-design>
- [39] EL-KHAZALI, Reyad. 2017. *Fractal elements and their applications [online]*. 1. New York, NY: Springer Science + Business Media. Dostupné také z <https://www.springer.com/gp>
- [40] ADHIKARY, Avishek, Sourabh CHOUDHARY a Siddhartha SEN, 2018. Design for Realizing a Grounded Fractional Order Inductor Using GIC. *IEEE Optimal Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers [online]*. **65**(8), 2411-2421 [cit. 2019-11-06]. DOI: 10.1109/TCSI.2017.2787464. ISSN 1549-8328. Dostupné z: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8248632/>



- [41] TRIPATHY, Madhab Chandra, Debasmita MONDAL, Karabi BIS-WAS a Siddhartha SEN, 2015. Experimental studies on realization of fractional inductors and fractional-order bandpass filters. *International Journal of Circuit Theory and Applications [online]*. **43**(9), 1183-1196 [cit. 2019-11-06]. DOI: 10.1002/cta.2004. ISSN 00989886. Dostupné z: <http://doi.wiley.com/10.1002/cta.2004>
- [42] SOLIMAN, Ahmed M. Generation of Generalized Impedance Converter *Circuits Using NAM Expansion. Circuits, Systems, and Signal Processing [online]*. 2011, **30**(5), 1091-1114 [cit. 2019-11-22]. DOI: 10.1007/s00034-010-9218-0. ISSN 0278-081X. Dostupné z: <http://link.springer.com/10.1007/s00034-010-9218-0>
- [43] KHAN, Iqbal A. a Mehmood H. ZAIDI. A Novel Generalized Impedance Converter Using Single Second Generation Current Conveyor. *Active and Passive Electronic Components [online]*. 2003, **26**(2), 91-94 [cit. 2019-11-22]. DOI: 10.1080/0882751031000073818. ISSN 0882-7516. Dostupné z: <http://www.hindawi.com/journals/apec/2003/759869/abs/>
- [44] NDJOUNTCHE, Tertulien; UNBEHAUEN, Rolf; LUO, Fa-Long. Electronically tunable generalized impedance converter structures. *International journal of circuit theory and applications*, 1999, 27.5: 517-522.
- [45] RIVERA-ESCOBAR, C., F. SILVA-DEL-ROSARIO, M. SILVA a I. PADILLA-CANTOYA. Multiple stage capacitor multiplier using dual-output differential amplifiers. *2013 IEEE 4th Latin American Symposium on Circuits and Systems (LASCAS) [online]*. IEEE, 2013, 2013, , 1-3 [cit. 2019-12-20]. DOI: 10.1109/LASCAS.2013.6519076. ISBN 978-1-4673-4900-0. Dostupné z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/6519076/>
- [46] AL-ABSI, Munir A. A New CMOS Controllable Impedance Multiplier with Large Multiplication Factor. *Active and Passive Electronic Components [online]*. 2017, 2017, 1-6 [cit. 2019-12-20]. DOI: 10.1155/2017/4274791. ISSN 0882-7516. Dostupné z: <https://www.hindawi.com/journals/apec/2017/4274791/>
- [47] PADILLA-CANTOYA, Ivan, Luis RIZO-DOMINGUEZ a Jesus E. MOLINAR-SOLIS. Capacitance multiplier with large multiplication factor, high accuracy, and low power and silicon area for floating applications. *IEICE Electronics Express [online]*. 2018, **15**(3), 20171191-20171191 [cit. 2019-12-20]. DOI: 10.1587/elex.15.20171191. ISSN 1349-2543.
- [48] BEČVÁŘ, Daniel. *Struktury proudových konvejšů a jejich vlastnosti [online]*. 2001 [cit. 2019-11-06]. Dostupné z: <http://www.elektrorevue.cz/clanky/01001/index.html>

- [49] BEČVÁŘ, Daniel a Kamil VRBA. *Univerzální proudový konvektor [online]*. 2000 [cit. 2019-11-06]. Dostupné z: <http://www.elektrorevue.cz/clanky/00007/index.html>
- [50] JEŘÁBEK, Jan, Vrba Kamil a Jelinek Mojmir.(2011). *Universal fully-differential adjustable filter with current conveyors and current amplifier in comparison with single-ended solution*. International Conference on Applied Electronics.
- [51] JEŘÁBEK, Jan, Kamil Vrba, *Design of fully-differential filters with nth-order synthetic elements and comparison with single-ended solution*. 2011 IEEE 3rd International Conference on Communication Software and Networks, Xi'an, 2011, pp. 437-441, doi: 10.1109/ICCSN.2011.6014930.
- [52] POLAK, Josef, Jan JERABEK, Lukas LANGHAMMER a Jan DVORAK. *Tunable frequency filter with transconductance amplifiers and adjustable current amplifiers*. Elektrorevue. 2016, 18(3), 68-75. ISSN 1213-1539.
- [53] VRBA, K., J. CAJKA a V. ZEMAN. N-th Order Filters Using Balanced-Output CCII+/- Conveyors. *Radioengineering [online]*. Společnost pro radioelektronické inženýrství, 1998, 7(3), 16-19 [cit. 2019-11-24]. ISSN 1210-2512. Dostupné z: <http://hdl.handle.net/11012/58340>
- [54] LANGHAMMER, Lukas, Jerabek Jan, Polak Josef, Sotner Roman, Stork Petr. (2016). *Tunable fully-differential filter employing MOTA and DACA elements*. Indian Journal of Engineering and Materials Sciences. 23. 107-119.
- [55] JEŘÁBEK, Jan, Roman ŠOTNER a Kamil VRBA. *Univerzální filtr s proudovými sledovači a transkonduktančními zesilovači*. Elektrorevue [online]. 2010, 2010(1), 1-4 [cit. 2019-11-06]. ISSN 1213-1539.
- [56] A. MAHMOUD, Soliman a Ahmed M. SOLIMAN. *CMOS balanced output transconductor and applications for analog VLSI [online]*. 1998, , 29-39 [cit. 2019-11-06]. Dostupné z: <http://www.sciencedirect.com>
- [57] JEŘÁBEK, Jan. *Kmitočtové filtry s proudovými aktivními prvky [online]*. Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2011 [cit. 2019-11-06].
- [58] KUBÁT, Pavel. *Filtrovací struktury obsahující prvky fraktálního řádu [online]*. Brno, 2018 [cit. 2019-12-01]. Dostupné z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zavprace/detail/110230>. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Ústav telekomunikací. Vedoucí práce Jan Dvořák.

- [59] PETRAS, Ivo. *Stability of Fractional-Order Systems with Rational Orders. Fractional Calculus and Applied Analysis*. 2009, 12(**3**). ISSN 1311-0454.
- [60] A.G. Radwan, A.M. Soliman, A.S. Elwakil, and A. Sedeek. *On the stability of linear systems with fractional-order elements*. *Chaos, Solitons and Fractals*, 40(**5**):2317–2328, 2009.
- [61] L. A. Said, O. Elwy, A. H. Madian, A. G. Radwan, and A. M. Soliman. *Stability analysis of fractional-order colpitts oscillators*. *Analog Integrated Circuits and Signal Processing*, 101(**2**):267–279, Nov 2019
- [62] JEŘÁBEK, Jan, Roman ŠOTNER a Kamil VRBA. *Tunable Universal Filter with Current Follower and Transconductance Amplifiers and Study of Parasitic Influences*. *Journal of Electrical Engineering*. 2011, 62(**6**). DOI: 10.2478/v10187-011-0051-x. ISSN 1335-3632. Dostupné také z: <https://content.sciendo.com/doi/10.2478/v10187-011-0051-x>

# Seznam symbolů, veličin a zkratk

$\alpha$	neceločíselná složka řádu
$\beta$	neceločíselná složka řádu
$\Phi$	fáze
$\omega$	úhlová frekvence
<b>A</b>	proudové zesílení
<b>BOTA</b>	balanced-output operational transconductance amplifier
<b>C</b>	kapacitor
$C_\alpha$	kapacitor s fraktálním řádem
<b>CCII</b>	second generation current conveyor
<b>CE</b>	charakteristická rovnice
<b>CF</b>	continued fraction
<b>CFE</b>	continuous fraction expansion
<b>CPE</b>	constant phase element
<b>DACA</b>	digitálně říditelný proudový zesilovač
<b>DO-CF</b>	dual-output current follower
<b>DP</b>	dolní propust
$f_0$	středový kmitočet
<b>FDNR</b>	frekvenčně závislý negativní odpor
<b>FOC</b>	fractional order capacitor
<b>FOE</b>	fractional order element
<b>FOI</b>	fractional order inductor
$g_m$	transkonduktance
$G(p)$	iracionální funkce
<b>GIC</b>	generalized impedance converter
<b>H</b>	přenosová funkce
$H'(p)$	racionální funkce
<b>iHP</b>	horní propust
<b>k</b>	konstanta
<b>L</b>	induktor
<b>N</b>	počet sekcí
<b>OTA</b>	operační transkonduktanční zesilovač
$p$	komplexní proměnná
<b>PP</b>	pásmová propust
<b>PID</b>	proportional integral derivate
<b>R</b>	rezistor
<b>sek</b>	sekunda

<b><i>T</i></b>	perioda
<b>UCC</b>	univerzální proudový konvektor
$V_{GAIN}$	řídící napětí
<b>X</b>	nízkoimpedanční vstup
<b><i>Y</i></b>	admittance
<b><i>Z</i></b>	impedance

# Seznam příloh

A	Kód pro návrh RC struktur v prostředí MATLAB	91
B	Kód v prostředí MATLAB pro výpočet stability obvodu.	93
C	Obsah přiloženého CD	95

# A Kód pro návrh RC struktur v prostředí MATLAB

Výpis A.1: Návrh RC struktur typu Foster I, Foster II, Cauer I a Cauer II.

```

1 alpha=-0.8; % fractional order
2 N=4; % summation boundary (number of RC sections = 2N+1)
3 % lower angular frequency for the approximation
4 w_L=6283.1853;
5 % upper angular frequency
6 w_H=62831853.07;
7 % equivalent capacitance at sqrt(w_L*w_H) in Farad
8 Cequiv=470e-12;
9 % absolute value of impedance at the frequency
10 %sqrt(w_L*w_H)
11 absZ=1/(sqrt(w_L*w_H)*Cequiv)
12 format long
13 mu=w_H/w_L; k=-N:N;
14 % poles of the approximation
15 w_kp=(mu).^((k+N+0.5-0.5*alpha)/(2*N+1))*w_L;
16 % zeros of the approximation
17 w_k=(mu).^((k+N+0.5+0.5*alpha)/(2*N+1))*w_L;
18 C=(mu)^(-alpha/2)*prod(w_k./w_kp); %gain
19 G=tf(zpk(-w_kp',-w_k',C)) % transfer function
20 bode(zpk(-w_kp',-w_k',C))
21 [mag,phs,RadianFrequency]=bode(zpk(-w_kp',-w_k',C));
22 Magnitude = squeeze(mag);
23 Phase = squeeze(phs);
24 T=table(RadianFrequency, Magnitude,Phase);
25 writetable(T,'Ousta_05.xlsx');
26 % numerator and denominator of the function
27 [num,den]=zp2tf(-w_kp',-w_k', C);

```

Výpis A.2: Návrh RC struktur typu Foster I, Foster II, Cauer I a Cauer II.

```

1 display('-----FOSTER_I-----')
2 % conversion to partial fractions
3 [r,p,k]=residue(num,den);
4 % value of R0 (resistor without parallel cap)
5 R0_FI=k*absZ
6 C_FI=1/absZ*r.^-1 % capacitances
7 R_FI=-absZ*r./p % resistances
8 display('-----FOSTER_II-----')
9 % conversion to partial fractions of admittance 1/Z
10 %with denominator multiplied by s
11 [r,p]=residue(den,[num 0]);
12 % value of R0 (resistor without series cap)
13 R0_FII=absZ*r(end).^-1
14 C_FII=-1/absZ*r(1:end-1)./p(1:end-1) % capacitances
15 R_FII=absZ*r(1:end-1).^-1 % resistances
16 display('-----CAUER_I-----')
17 % conversion to continuous fractions of Z
18 [q,expr]=polycfe(num,den);
19 qmat=(cell2mat(q))'; % conversion of q to matrix
20
21 R0_CI=absZ*qmat(end) % value of R0
22 C_CI=1/absZ*qmat(2:3:end-1) % capacitances
23 R_CI=absZ*qmat(1:3:end-1) % resistances
24 display('-----CAUER_II-----')
25 % numerator of Z with substitution s <-> 1/s
26 num_rev=num(end:-1:1);
27 % denominator of Z with substitution s <-> 1/s
28 den_rev=den(end:-1:1);
29 % conversion to continuous fractions of Z with
30 % substitution s <-> 1/s
31 [q,expr]=polycfe(den_rev,num_rev);
32 qmat=(cell2mat(q))';
33 R0_CII=absZ/qmat(end) % value of R0
34 C_CII=1/absZ./qmat(2:3:end-1) % capacitances
35 R_CII=absZ./qmat(1:3:end-1) % resistances

```



## B Kód v prostředí MATLAB pro výpočet stability obvodu.

Výpis B.1: Kód v prostředí MATLAB pro výpočet stability obvodu

```
1 %OBVVOD CE
2
3 x5=roots([0 0 0 1 0 2.202103123 0
4 0 0 0 0 0 0 0 7746190.567])
5 x7=roots([1 0 0 0 0 1081.414221 0
6 0 0 0 0 0 0 0 748948558.4])
7 x3=roots([1 0 0 0 0 0 0 0 69850.09082 0
8 0 0 0 0 0 0 0 36020811761])
9
10
11 x33=cplxpair(x3)
12 x55=cplxpair(x5)
13 x77=cplxpair(x7)
14
15 m=10;
16 border=pi/(2*m)
17 border2=pi/m
18
19 xx55=angle(x55);
20 xxx555=abs(xx55)
21
22 hold on
23 plot(x3, 'xb', 'Linewidth', 2, 'MarkerSize',10)
24
25
26 plot([0 0], [-4 4], '-k', 'Linewidth', 1)
27 plot([-4 4], [0 0], '-k', 'Linewidth', 1)
```

Výpis B.2: Kód v prostředí MATLAB pro výpočet stability obvodu

```
1 grid on
2 %axis([-4,4,-4,4])
3 angle = pi/(m)
4 xx1 = cos(angle)';
5 y1 = sin(angle)';
6 z1 = [xx1,y1];
7
8 angle2 = pi/(2*m)
9 x11 = cos(angle2)';
10 y11 = sin(angle2)';
11 z11 = [x11,y11];
12
13 plot([0 3.5*z1(1)], [0 3.5*z1(2)], '--k', 'Linewidth',2)
14 plot([0 3.5*z1(1)], [0 -3.5*z1(2)], '--k', 'Linewidth',2)
15
16 plot([0 3.5*z11(1)], [0 3.5*z11(2)], '-k', 'Linewidth',2)
17 plot([0 3.5*z11(1)], [0 -3.5*z11(2)], '-k', 'Linewidth',2)
18
19 figure (1)
20 hFig = figure(1);
21 set(gcf,'PaperPositionMode','auto')
22 set(hFig, 'Position', [0 0 800 700])
23 set(gcf, 'renderer', 'painters');
24 set(gca,'FontSize',15)
25 xlabel('Real part')
26 ylabel('Imaginary part')
27
28 get(gca,'fontname')
29 set(gca,'fontname','times')
```

## C Obsah přiloženého CD

- **SNAP**: obsahuje schémata zapojení pro prvotní simulace dvou impedančních konvertorů. Použit byl program Snap 3.02.
- **OrCad**: obsahuje soubory pro výsledné simulace jednotlivých zapojení. Použit byl program OrCad 10.3.
- **Matlab**: obsahuje dva dostupné soubory pro výpočty použité v této diplomové práci.
- **Diplomová práce**: obsahuje elektronickou podobu diplomové práce ve formátu PDF.